

Cuprins

Prefață	vii
1 Introducere în algoritmi	1
1.1 Limbajul pseudocod	2
1.2 Exemple	10
1.3 Elemente de analiza algoritmilor	14
1.3.1 Metoda substituției	18
1.3.2 Schimbarea de variabilă	18
1.3.3 Metoda iterativă	19
1.3.4 Teorema master	19
1.4 Exerciții	21
2 Grafuri. Grafuri neorientate	25
2.1 Noțiuni de bază	25
2.2 Operații pe grafuri	30
2.3 Moduri de reprezentare	33
2.4 Parcurgerea grafurilor	37
2.4.1 Parcurgerea în lățime (BFS-Breadth First Search)	37
2.4.2 Parcurgerea D (D - Depth)	41
2.4.3 Parcurgerea în adâncime (DFS-Depth First Search)	42
2.5 Componente conexe	46
2.6 Muchie critică	47
2.7 Exerciții	52
3 Grafuri euleriene și hamiltoniene	55
3.1 Grafuri Euleriene	55
3.1.1 Algoritm pentru determinarea unui ciclu eulerian	56
3.1.2 Algoritmul lui Rosenstiehl	59
3.1.3 Algoritmul lui Fleury	63
3.2 Grafuri Hamiltoniene	65
3.2.1 Problema comis-voiajorului	67
4 Arbori. Arbori binari	79
4.1 Arbori binari	80
4.1.1 Moduri de reprezentare	81
4.1.2 Metode de parcurgere	83
4.2 Arbori binari de căutare	90
4.2.1 Arbori binari de căutare optimali	98
4.3 Aplicație - codificare Huffman	100

4.4	Arbori ternari de căutare	104
4.5	Exerciții	106
5	Arbori oarecare	111
5.1	Moduri de reprezentare	111
5.2	Metode de parcurgere	114
5.3	Arbori de acoperire de cost minim	119
5.3.1	Algoritmul lui Boruvka	122
5.3.2	Algoritmul lui Prim	123
5.3.3	Structuri de date pentru mulțimi disjuncte	126
5.3.4	Algoritmul lui Kruskal	131
5.4	Algoritmul LCA (lowest common ancestor)	134
5.4.1	Arbore cartezian	135
5.4.2	$LCA \Rightarrow RMQ$ (transformarea problemei determinării LCA în problema determinării RMQ)	137
5.4.3	Algoritmi pentru calculul RMQ (range minimum query)	138
5.4.4	Numerotarea Dewey	141
5.5	Exerciții	142
6	Grafuri orientate	149
6.1	Noțiuni de bază	149
6.2	Parcurgerea grafurilor	151
6.3	Sortarea topologică	154
6.4	Componente tare conexe	158
6.4.1	Algoritmul lui Kosaraju	159
6.4.2	Algoritmul lui Tarjan	162
6.4.3	Algoritmul lui Gabow	165
6.5	Exerciții	166
7	Distanțe în grafuri	171
7.1	Drumul minim de la un vârf la celelalte vârfuri	172
7.1.1	Algoritmul lui Moore	172
7.1.2	Algoritmul lui Dijkstra	173
7.1.3	Algoritmul lui Bellman-Kalaba	181
7.2	Drumuri minime între toate perechile de vârfuri	184
7.2.1	Algoritmul lui Roy-Floyd-Warshall	184
7.3	Circuitul hamiltonian	191
7.4	Graf pe mai multe niveluri	192
7.5	Exerciții	194
8	Heap-uri	201
8.1	Heap-uri binare (<i>Min</i> -heapuri sau <i>Max</i> -heapuri)	201
8.1.1	Inserarea unui element	203
8.1.2	Ștergerea elementului minim	204
8.1.3	Crearea unui heap	205
8.2	Ordonare prin metoda HeapSort	207
8.3	Aplicatie - Coadă cu prioritate	210
8.4	Heap-uri Fibonacci	215
8.4.1	Crearea unui Heap Fibonacci	217

8.4.2	Reuniunea a două heap-uri Fibonacci	218
8.4.3	Inserarea unei valori noi	219
8.4.4	Aflarea nodului minim	219
8.4.5	Ștergerea nodului minim	219
8.4.6	Descrășterea valorii unei chei	222
8.4.7	Ștergerea unui nod	225
8.5	Exerciții	225
9	Fluxuri în rețele de transport	229
9.1	Rețea de transport. Flux. Tăietură	229
9.2	Graf rezidual. Drum de ameliorare. Flux maxim-tăietură minimă	233
9.3	Metoda Ford-Fulkerson	236
9.3.1	Algoritmul Ford-Fulkerson (variantă)	238
9.4	Algoritmul Edmonds-Karp	241
9.5	Algoritmul lui Dinic	248
9.5.1	Varianta originală	248
9.5.2	Varianta Cherkassky	250
9.6	Aplicații	258
9.7	Exerciții	258
10	Cuplaje	265
10.1	Acoperiri	268
10.2	Cuplaje în grafuri bipartite	269
10.3	Algoritmul lanțuri alternate	270
10.4	Algoritmul Hopcroft - Karp	275
10.5	Problema cuplajului maximal ponderat. Algoritmul ungar	288
10.5.1	Descrierea algoritmului Kuhn-Munkres	289
10.6	Problema mariajului stabil	298
10.7	Exerciții	300
	Bibliografie	307

Lista algoritmilor

1	Algoritm pentru rezolvarea ecuației de gradul I	4
2	Algoritm pentru calculul împărțirii întregi	5
3	Algoritm pentru calculul elementului de valoare minimă dintr-un șir	6
4	Algoritm pentru calculul sumei primelor n numere naturale (prima variantă) .	7
5	Algoritm pentru calculul sumei primelor n numere naturale (a doua variantă) .	7
6	Algoritmul lui Euclid pentru calculul cmmdc a două numere	9
7	Algoritm pentru verificarea dacă un număr este prim	10
8	Algoritm pentru verificarea dacă un număr este prim (variantă optimizată) . .	11
9	Algoritm pentru verificarea simetriei unui vector	12
10	Algoritm pentru determinarea numărului maxim obținut după eliminarea a k cifre	12
11	Algoritm de calcul al deschiderii unei acțiuni (prima variantă)	21
12	Algoritm de calcul al deschiderii unei acțiuni (a doua variantă)	22
13	Algoritm pentru descompunerea în factori primi a unui număr natural	23
14	Algoritm Calcul5	23
15	Algoritm Calcul6	24
16	Algoritm de vizitare în lățime	38
17	Algoritm de vizitare D	42
18	Algoritm de vizitare în adâncime (varianta recursivă)	44
19	Algoritm de vizitare în adâncime (varianta nerecursivă)	44
20	Algoritm pentru determinarea componentelor conexe	47
21	Algoritm de determinare a muchiei critice (prima variantă)	48
22	Algoritm de determinare a muchiei critice (a doua variantă)	50
23	Algoritm de verificare dacă un graf conex este eulerian	57
24	Algoritm de determinare a unui ciclu eulerian într-un graf conex	58
25	Algoritm lui Rosenstiehl de determinare a unui ciclu eulerian într-un graf conex	60
26	Algoritm lui Fleury de determinare a unui ciclu eulerian într-un graf conex . .	64
27	Algoritm pentru problema comis-voiajorului	69
28	Algoritm de parcurgere în preordine	85
29	Algoritm de parcurgere în inordine	87
30	Algoritm de parcurgere în postordine	89
31	Algoritm de căutare a unei valori într-un arbore binar de căutare	91
32	Algoritm de inserare într-un arbore binar de căutare	92
33	Algoritm pentru determinarea celui mai din stânga nod	93
34	Algoritm de ștergere a unui nod într-un arbore binar de căutare	95
35	Algoritm pentru determinarea unui arbore binar de căutare optim	100
36	Algoritm pentru determinarea unui arbore de compresie Huffman	103
37	Algoritm pentru căutarea unei chei (varianta recursivă)	104
38	Algoritm pentru căutarea unei chei (varianta iterativă)	105

39	Algoritm pentru inserarea unei chei	106
40	Algoritm pentru căutarea tuturor valorilor ce se potrivesc unui model	107
41	Algoritm de parcurgere în A-preordine	115
42	Algoritmul lui Boruvka (varianta schematică)	120
43	Algoritmul lui Prim (varianta schematică)	121
44	Algoritmul lui Kruskal (varianta schematică)	121
45	Algoritmul lui Boruvka	122
46	Algoritmul lui Prim (varianta detaliată)	124
47	Algoritmul lui Prim folosind structuri de date avansate	126
48	Algoritmi pentru operațiile init, find, merge (prima variantă)	127
49	Algoritmi pentru operațiile init, find, merge (a doua variantă)	128
50	Algoritmi pentru operațiile init, find, merge (a treia variantă)	129
51	Algoritmul lui Kruskal	131
52	Algoritmul de creare a arborelui cartezian asociat unei secvențe	136
53	Algoritmul de calcul al RMQ (prima variantă)	139
54	Algoritmul de calcul al RMQ (a doua variantă)	139
55	Algoritmul de calcul al RMQ (a treia variantă)	140
56	Algoritm de vizitare a unui graf (model general)	152
57	Algoritm de vizitare în adâncime pentru un graf orientat	153
58	Algoritm de sortare topologică a unui graf orientat (prima variantă)	155
59	Algoritm de sortare topologică a unui graf orientat (a doua variantă)	157
60	Algoritmul lui Tarjan pentru determinarea componentelor tare conexe	163
61	Algoritmul lui Gabow pentru determinarea componentelor tare conexe	167
62	Algoritmul lui Moore (prima versiune)	172
63	Algoritm lui Moore (a doua versiune)	173
64	Algoritmul lui Dijkstra (schema generală)	174
65	Algoritmul lui Dijkstra	175
66	Algoritmul lui Dijkstra (varianta ce folosește o coadă cu prioritate)	181
67	Algoritmul Bellman-Kalaba	183
68	Algoritmul lui Dijkstra pentru toate perechile de vârfuri	185
69	Algoritmul Floyd-Warshall	186
70	Algoritmul Floyd-Warshall (varianta optimizată)	187
71	Algoritmul Floyd-Warshall (reconstruirea drumului optim)	187
72	Algoritm de calcul a închiderii tranzitive	189
73	Algoritm de calcul a închiderii tranzitive (variantă)	190
74	Algoritm pentru determinarea circuitului hamiltonian de cost minim	191
75	Algoritm de calcul al drumului minim într-un graf pe nivele	193
76	Algoritm de inserare într-un heap	203
77	Algoritm de ștergere a elementului minim dintr-un heap	204
78	Algoritm de creare a unui heap (prima variantă)	205
79	Algoritm de creare a unui heap (a doua variantă)	206
80	Algoritm de reorganizare a unui heap	207
81	Algoritm de ordonare folosind heap-uri (prima variantă)	208
82	Algoritm de ordonare folosind heap-uri (a doua variantă)	208
83	Algoritm de creare a unui heap Fibonacci	218
84	Algoritm de reuniune a două heap-uri Fibonacci	218
85	Algoritm de inserare într-un heap	219
86	Algoritm de ștergere a nodului minim	220
87	Algoritm de consolidarea a listei de rădăcini dintr-un heap Fibonacci	222

88	Algoritm de ștergere dintr-un heap	225
89	Algoritmul Ford–Fulkerson (varianta simplificată)	236
90	Algoritmul Ford–Fulkerson (varianta detaliată a algoritmului 89)	237
91	Algoritm pentru determinarea unui drum de ameliorare	242
92	Algoritmi pentru determinarea capacității reziduale și actualizarea grafului rezidual	243
93	Algoritmul Edmonds-Karp	243
94	Algoritmul lui Dinic (varianta originală)	249
95	Algoritm pentru determinarea unui drum de ameliorare	250
96	Algoritmi pentru determinarea capacității reziduale și actualizarea grafului rezidual	250
97	Algoritmul Cherkassky	251
98	Algoritm pentru construirea unui flux de saturare	252
99	Algoritm pentru determinarea unui cuplaj maximal folosind lanțuri de creștere (varianta schematică)	268
100	Algoritm pentru determinarea unui cuplaj maximal folosind lanțuri de creștere	271
101	Algoritmului Hopcroft - Karp (varianta schematică)	276
102	Algoritm pentru construirea și organizarea pe nivele a subgrafului G'_M	279
103	Algoritmul Hopcroft-Karp	280
104	Algoritm pentru determinarea unui drum de ameliorare	281
105	Algoritmul Gale-Shapley (varianta schematică)	299
106	Algoritmul Gale-Shapley	300