Daniela Tarniţă

Laura Grigorie **Raluca Malciu**

Daniela Tarniţă

Laura Grigorie **Raluca Malciu**

Mecanisme plane cu bare. Teorie şi aplicaţii

Editura UNIVERSITARIA

Craiova, 2018

Referenți științifici:
Prof.univ.dr.ing. Vintilă Daniela
Prof.univ.dr.ing. Bolcu Dumitru

Copyright © 2018 Editura Universitaria
Toate drepturile sunt rezervate Editurii Universitaria

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
TARNIŢĂ, DANIELA
Mecanisme plane cu bare : teorie şi aplicaţii / Daniela Tarniţă, Laura Grigorie, Raluca Malciu. - Craiova : Universitaria, 2018
Conţine bibliografie
ISBN 978-606-14-1435-2

I. Grigorie, Laura
II. Malciu, Raluca

62

© 2018 by Editura Universitaria
Această carte este protejată prin copyright. Reproducerea integrală sau parțială, multiplicarea prin orice mijloace și sub orice formă, cum ar fi xeroxarea, scanarea, transpunerea în format electronic sau audio, punerea la dispoziția publică, inclusiv prin internet sau prin rețelele de calculatoare, stocarea permanentă sau temporară pe dispozitive sau sisteme cu posibilitatea recuperării informațiilor, cu scop comercial sau gratuit, precum și alte fapte similare săvârșite fără permisiunea scrisă a deținătorului copyrightului reprezintă o încălcare a legislației cu privire la protecția proprietății intelectuale și se pedepsesc penal și/sau civil în conformitate cu legile în vigoare.

PREFAŢĂ

Lucrare are scopul de a oferi studenţilor facultăţilor tehnice cu profil mecanic posibilitatea trecerii în revistă a noţiunilor teoretice prezentate la disciplina „Mecanisme”. De asemenea, lucrarea constituie un sprijin remarcabil în abordarea temelor de proiect pe care studenţii le au de rezolvat, prin intermediul aplicaţiilor rezolvate prezentate.

Lucrarea este sistematizată în trei capitole. În primul capitol sunt prezentate noţiunile teoretice de analiză structurală, cinematică şi cinetostatică a mecanismelor cu bare. În cel de-al doilea capitol sunt prezentate aplicaţii rezolvate pentru mecanisme simple alcătuite din element conducător şi o diadă, iar în cel de-al treilea capitol aplicaţiile rezolvate prezentate se referă la mecanisme alcătuite din element conducător şi două diade, similare celor pe care studenţii le primesc ca teme de proiect la disciplina „Mecanisme”.

Aplicaţiile numerice şi analitice prezentate, precum şi simulările în mediile de programare Maple şi Adams vin să ofere un sprijin real studenţilor ca instrumente necesare pentru dezvoltarea aptitudinilor lor creative, prin utilizarea tehnicilor şi instrumentelor moderne, în vederea dezvoltării competenţelor în direcţia proiectării mecanismelor şi a extinderii aplicaţiilor acestora.

Autoarele

Capitolul 1. Noţiuni teoretice

1.1. Analiza structurală a mecanismelor

1.1.1. Familia şi gradul de mobilitate

Familia f a unui mecanism este egală cu numărul gradelor de libertate sustrase în comun tuturor elementelor mecanismului.

Determinarea lui **f** se realizează cu ajutorul tabelelor în care se analizează posibilităţile de mişcare ale fiecărui element mobil component.

Gradul de mobilitate al unui mecanism este egal cu numărul gradelor de libertate pe care le au elementele mecanismului în raport cu elementul fix.

Gradul de mobilitate al unui mecanism de familie **f** se calculează cu formula lui Dobrovolski.

$$M_f = (6-f)n - \sum_{k=f+1}^{5} (k-f)C_k \tag{1.1}$$

Particularizând relaţia (1.1) pentru familia $f = 3$, se obţine:

$$M_3 = 3n - 2C_5 - C_4 \tag{1.2}$$

1.1.2. Schema structurală, descompunerea în grupe structurale clasa şi ordinul mecanismului

Grupa structurală (sau grupa cinematică) este lanţul cinematic cu gradul de mobilitate egal cu zero.

Principiul lui Assur - Orice mecanism plan este fomat dintr-unul sau mai multe elemente conducătoare, o bază (sau element fix) şi unul sau mai multe lanţuri cinematice cu gradul de mobilitate egal cu zero.

Clasa grupei structurale este clasa conturului închis de clasă maximă, ce se poate forma în grupa structurală, clasa unui contur închis fiind egală cu numărul de cuple ale conturului.

Ordinul grupei structurale este dat de numărul cuplelor cinematice terminale cu care grupa se conectează într-un lanţ cinematic.

Schema cinematică a unui mecanism reprezintă desenul mecanismului la o anumită scară. Elementele se reprezintă cu lungimile lor la scară, neglijându-se lăţimea şi grosimea acestora.

Schema structurală reprezintă modul de legare a elementelor în mecanism, în scopul cunoaşterii structurii mecanismului.

1.2. Analiza cinematică a mecanismelor [1 - 19]

Cinematica mecanismelor se ocupă cu studiul mişcării elementelor şi punctelor ce aparţin elementelor, fără a ţine cont de forţele, care solicită mecanismul.

În studiul cinematic al oricărui mecanism se cunosc dimensiunile elementelor, vitezele şi acceleraţiile elementelor conducătoare, coordonatele cuplelor cinematice fixe, unghiurile de înclinare ale ghidajelor fixe şi se determină:

- poziţiile elementelor mecanismului corespunzătoare unei poziţii date a elementelor conducătoare;
- traiectoriile unor puncte de pe elementele mecanismului corespunzătoare unui ciclu de funcţionare;
- vitezele şi acceleraţiile unor puncte importante ale mecanismului (cuple, centre de masă etc.);
- vitezele şi acceleraţiile elementelor conduse.

1.2.1. Cinematica elementului conducător în mişcare de rotaţie

Se consideră un element conducător cu mişcare de rotaţie, fixat la bază prin cupla de rotaţie A.

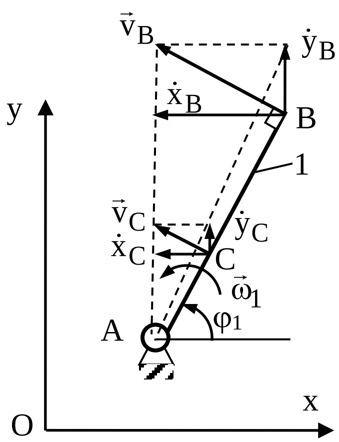

Fig. 1.1 Element conducător în mişcare de rotaţie - componentele vectorilor viteză

Ecuaţiile de poziţii

Se cunosc: l_{AB} - constantă; x_A, y_A - constante; unghiul φ_1 – variabil; viteza unghiulară ω_1 - constantă.

Necunoscute: x_B, y_B

Aplicând metoda contururilor, relativ la conturul închis OCABO, se poate scrie :

$$\begin{cases} x_B = x_A + l_{AB} \cdot \cos\varphi_1 \\ y_B = y_A + l_{AB} \cdot \sin\varphi_1 \end{cases} \tag{1.3}$$

Se obţin: x_B, y_B.

Ecuaţiile de viteze se obţin prin derivarea relaţiilor (1.3) în raport cu timpul:

$$\begin{cases} \dot{x}_B = \dot{x}_A - l_{AB} \cdot \omega_1 \cdot \sin\varphi_1 = -l_{AB} \cdot \omega_1 \cdot \sin\varphi_1 \\ \dot{y}_B = \dot{y}_A + l_{AB} \cdot \omega_1 \cdot \cos\varphi_1 = l_{AB} \cdot \omega_1 \cdot \cos\varphi_1 \end{cases} \tag{1.4}$$

Vectorul viteză liniară a punctului B este:

$$\vec{v}_B = \dot{x}_B \vec{i} + \dot{y}_B \vec{j}, \tag{1.5}$$

iar valoarea absolută:

$$|\vec{v}_B| = \sqrt{(\dot{x}_B)^2 + (\dot{y}_B)^2} = \omega_1 \cdot l_{AB} \tag{1.6}$$

Formula vectorială de calcul al vitezei este dată de un produs vectorial:

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_B = \vec{\omega}_1 \times \overrightarrow{AB} \tag{1.7}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B \perp \overrightarrow{AB} \tag{1.8}$$

Vectorul $\vec{v}_B$ se află în planul xOy, are direcţia perpendiculară pe planul celor doi vectori care îl determină, deci, practic, în plan, este perpendicular pe vectorul $\vec{r} = \overrightarrow{AB}$ şi are sensul dat de sensul lui $\vec{\omega}_1$.

Dacă C este un punct oarecare, aparţinând elementului $\overrightarrow{AB}$, ecuaţiile poziţiilor, vitezelor şi acceleraţiilor pot fi scrise similar, prin raportare la cupla fixă A, aplicând relaţii de tipul (1.3 - 1.8).

Ecuaţiile de poziţii pentru punctul C sunt:

$$\begin{cases} x_C = x_A + l_{AC} \cdot \cos\varphi_1 \\ y_C = y_A + l_{AC} \cdot \sin\varphi_1 \end{cases} \tag{1.9}$$

Ecuaţiile vitezelor

$$\begin{cases} \dot{x}_C = \dot{x}_A - l_{AC} \cdot \omega_1 \cdot \sin\varphi_1 = -l_{AC} \cdot \omega_1 \cdot \sin\varphi_1 \\ \dot{y}_C = \dot{y}_A + l_{AC} \cdot \omega_1 \cdot \cos\varphi_1 = l_{AC} \cdot \omega_1 \cdot \cos\varphi_1 \end{cases} \tag{1.10}$$

Viteza punctului C este:

$$\vec{v}_C = \dot{x}_C \vec{i} + \dot{y}_C \vec{j}, \tag{1.11}$$

iar valoarea absolută:

$$|\vec{v}_C| = \sqrt{(\dot{x}_C)^2 + (\dot{y}_C)^2} = \omega_1 \cdot l_{AC} \tag{1.12}$$

Analog:

$$\vec{v}_C = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_C = \vec{\omega}_1 \times \overrightarrow{AC} \tag{1.13}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_C \perp \overrightarrow{AC}, \tag{1.14}$$

iar $$\frac{|\vec{v}_C|}{|\vec{v}_B|} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}}. \tag{1.15}$$

În concluzie, vectorii viteză cocrespunzători celor două puncte aparţinând elementului conducător cu mişcare de rotaţie sunt perpendiculari pe acel element, deci, paraleli între ei, iar raportul modulelor celor două viteze este egal cu raportul distanţelor celor două puncte la punctul fix A, care este şi centrul de rotaţie. Cei doi vectori au acelaşi sens, identic cu sensul lui ω_1.

Ecuaţiile acceleraţiilor

Se derivează sistemul (1.10) în raport cu timpul şi se obţine:

$$\begin{cases} \ddot{x}_B = -l_{AB} \cdot (\omega_1)^2 \cdot \cos\varphi_1 - l_{AB} \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin\varphi_1 \\ \ddot{y}_B = -l_{AB} \cdot (\omega_1)^2 \cdot \sin\varphi_1 + l_{AB} \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos\varphi_1 \end{cases} \tag{1.16}$$

unde: $\varepsilon_1 = \dfrac{d\omega_1}{dt}$ este acceleraţia unghiulară a elementului 1.

Acceleraţia punctului B, ca vector, este:

$$\vec{a}_B = \ddot{x}_B \vec{i} + \ddot{y}_B \vec{j}. \tag{1.17}$$

Valoarea absolută a acceleraţiei $\vec{a}_B$ este:

$$|\vec{a}_B| = \sqrt{(\ddot{x}_B)^2 + (\ddot{y}_B)^2} = l_{AB} \cdot \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2} \tag{1.18}$$

Acceleraţia $\vec{a}_B$ mai poate fi scrisă şi sub forma:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t \tag{1.19}$$

unde: $\vec{a}_B^n$ este componenta normală a acceleraţiei;

$\vec{a}_B^t$ este componenta tangenţială a acceleraţiei;

$$\left|\vec{a}_B^n\right| = \omega_1^2 \cdot l_{AB}; \tag{1.20}$$

$$\left|\vec{a}_B^t\right| = \varepsilon_1 \cdot l_{AB}. \tag{1.21}$$

Componenta normală are direcţia elementului AB şi sensul orientat către centrul de rotaţie (cupla fixă A).

Componenta tangenţială are direcţia perpendiculară pe elementul AB şi sensul coincide cu sensul lui ε_1.

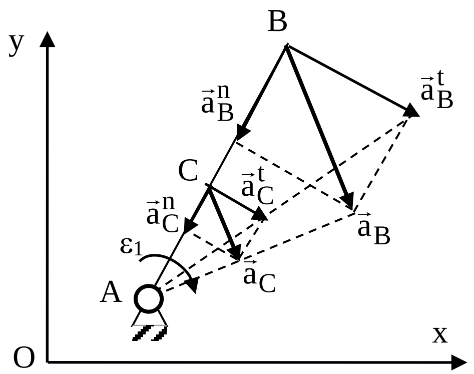

Fig. 1.2 Element conducător în mişcare de rotaţie - componentele vectorilor acceleraţie

Pentru un punct oarecare C aparţinând elementului AB, componentele acceleraţiei sunt:

$$\begin{cases} \ddot{x}_C = -l_{AC} \cdot (\omega_1)^2 \cdot \cos\varphi_1 - l_{AC} \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin\varphi_1 \\ \ddot{y}_C = -l_{AC} \cdot (\omega_1)^2 \cdot \sin\varphi_1 + l_{AC} \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos\varphi_1 \end{cases} \tag{1.22}$$

$$\vec{a}_C = \ddot{x}_C \vec{i} + \ddot{y}_C \vec{j} = a_{x_C} \vec{i} + a_{y_C} \vec{j} \tag{1.23}$$

$$\left|\vec{a}_C\right| = \sqrt{(\ddot{x}_C)^2 + (\ddot{y}_C)^2} = l_{AC} \cdot \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2} \tag{1.24}$$

Raportul valorilor absolute ale acceleraţiilor celor două puncte este:

$$\frac{|\vec{a}_C|}{|\vec{a}_B|} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}} \tag{1.25}$$

adică este egal cu raportul distanţelor celor două puncte la centrul de rotaţie (cupla fixă A), iar vectorii acceleraţiilor sunt paraleli:

$$\vec{a}_C \parallel \vec{a}_B \ . \tag{1.26}$$

În cazul particular în care:

$$\omega_1 = \text{ct.} \Rightarrow \varepsilon_1 = 0 \tag{1.27}$$

componenta tangenţială devine egală cu 0, astfel încât:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n;\ \vec{a}_C = \vec{a}_C^n. \tag{1.28}$$

În acest caz, vectorul acceleraţie al oricărui punct aparţinând lui AB coincide cu componenta normală, se suprapune peste direcţia elementului, iar sensul este orientat către centrul de rotaţie.

$$|\vec{a}_B| = l_{AB} \cdot \omega_1^2; \tag{1.29}$$

$$|\vec{a}_C| = l_{AC} \cdot \omega_1^2. \tag{1.30}$$

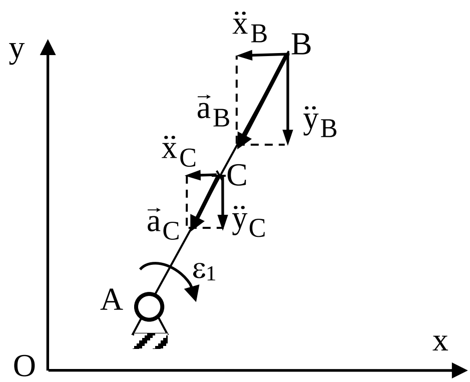

Fig. 1.3 Element conducător în mişcare de rotaţie - componentele vectorilor acceleraţie (caz particular: $\omega_1 = \text{ct.} \Rightarrow \varepsilon_1 = 0$)

1.2.2. Cinematica elementului conducător cu mişcare de translaţie

Se consideră un element conducător cu mişcare de translaţie, sudat de culisă sub un unghi δ. Culisa se deplasează de-a lungul unui ghidaj fix,