

Teste Grilă pentru Proba Scrisă la Matematică
a Examenului de Admitere la Licență
la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică

Universitatea din Craiova
Facultatea de Științe
Departamentul de Matematici Aplicate

Seria de Lucrări Didactice

Colectivul Editorial

Cristian Vladimirescu - coordonator

Maria-Magdalena Boureanu

Liliana-Maria Bucur

Dana Constantinescu

Aurelia Florea

Luminița Grecu

Florian Munteanu

Marcela Popescu

Paul Popescu

Mihaela Racilă

Dumitru Bălă, Maria–Magdalena Boureanu,
Liliana–Maria Bucur, Cristian–Paul Dăneț,
Luminița Grecu, Florian Munteanu,
George Popescu, Mihaela Racilă,
Laurențiu–Emanuel Temereancă, Cristian Vladimirescu

Teste Grilă pentru Proba Scrisă la Matematică
a Examenului de Admitere la Licență
la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică



**EDITURA UNIVERSITARIA
CRAIOVA, 2024**

Referenți științifici:

Conf. univ. dr. ing. Marius Marian

Prof. univ. dr. Paul Popescu

Prof. univ. dr. ing. Dan Selișteanu

Prof. univ. dr. ing. Gheorghe–Dorin Șendrescu

Copyright © 2024 Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică

Copyright © 2024 Editura Universitaria

ISBN 978-606-14-2002-5

Seria de Lucrări Didactice ale Departamentului de Matematici Aplicate

Volumul 1: C. Vladimirescu, F. Munteanu, M.–M. Boureanu, D. Constantinescu, C.–P. Dăneț, A. Florea, L.–E. Temereancă, G. Popescu, C. Șterbeți, D. Bălă, 101 *Teste pentru Proba Scrisă la Matematică a Examenului de Admitere la Licență la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică*, Editura Universitaria, Craiova, 2018, iii+325p.

Volumul 2: D. Bălă, M.–M. Boureanu, L.–M. Bucur, C.–P. Dăneț, L. Grecu, F. Munteanu, G. Popescu, M. Racilă, L.–E. Temereancă, C. Vladimirescu, *Teste Grilă pentru Proba Scrisă la Matematică a Examenului de Admitere la Licență la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică*, Editura Universitaria, Craiova, 2024, i+446p.

Prefață

Prezentul ghid se adresează celor care se pregătesc pentru proba scrisă la matematică a examenului de admitere la licență la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică a Universității din Craiova, dar și celor care se pregătesc pentru susținerea examenului național de bacalaureat la matematică, respectând programa analitică prezentată în acest volum.

Lucrarea este structurată în trei capitole și conține teste propuse de autori și subiectele date în anul 2023 la admiterea la această facultate, în total 44 variante. Fiecare test propus în acest volum are 30 de probleme de tip grilă, fiecare problemă având câte 5 răspunsuri, dintre care unul singur este corect.

Primul capitol conține enunțurile a 44 teste propuse. Acestea sunt însoțite în capitolul al doilea, de soluții și răspunsuri corecte. Capitolul al treilea prezintă enunțurile și răspunsurile corecte ale subiectelor date la examenul de admitere la licență de la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică, din anul 2023.

Variantele propuse sunt elaborate de cadre didactice ale Departamentului de Matematici Aplicate al Facultății de Științe a Universității din Craiova, astfel: variantele 1–5 sunt redactate de conf. dr. Cristian Vladimirescu, variantele 6–10 de lect. dr. Florian Munteanu, variantele 11–15 de lect. dr. Cristian–Paul Dăneț, variantele 16–20 de conf. dr. Maria–Magdalena Boureau, variantele 21–25 de conf. dr. Mihaela Racilă, variantele 26–30 de lect. dr. Laurențiu–Emanuel Temereancă, 31–35 de conf. dr. Luminița Grecu, variantele 36–40 de lect. dr. George Popescu, variantele 41–42 de lect. dr. Liliana–Maria Bucur și variantele 43–44 de lect. dr. Dumitru Bălă.

Lucrarea poate fi utilă atât profesorilor, cât și elevilor, în activitățile curente de învățare și evaluare de la clasă.

Vă dorim succes în pregătirea examenelor !

Autorii

**Programa analitică a probei scrise la matematică
din Concursul de Admitere la Licență
la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică**

- **Mulțimea numerelor reale:** operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, puteri, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale, partea întreagă și partea fracționară a unui număr real, operații cu intervale de numere reale, radicali, logaritmi.
- **Elemente de logică matematică:** operații logice elementare (negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența) corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementara, intersecția, reuniunea, incluziunea, egalitatea), raționament prin reducere la absurd.
- **Inducția matematică.**
- **Șiruri particulare:** progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii, condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.
- **Mulțimea numerelor complexe:** numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex, operații cu numere complexe.
- **Funcții:** funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția putere, funcția radical, funcția exponențială, funcția logaritmică, injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile, compunerea funcțiilor.
- **Ecuatii:** ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3, ecuații exponențiale, ecuații logaritmice, ecuații algebrice având coeficienți în \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} , ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate.
- **Metode de numărare:** permutări, aranjamente, combinări, binomul lui Newton.
- **Vectori în plan și aplicații ale calculului vectorial în geometria plană:** operații cu vectori, vectori coliniari, vectorul de poziție al unui punct, vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi.

- **Elemente de geometrie analitică în plan:** reper cartezian, coordonate carteziene, distanța dintre două puncte în plan, coordonatele unui vector, ale sumei vectoriale și ale produsului dintre un vector și un număr real, ecuația dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată, ecuația dreptei în plan determinate de două puncte distincte, condiții de paralelism și de perpendicularitate a două drepte din plan, coliniaritatea a trei puncte în plan, calcularea unor distanțe și a unor arii.
- **Elemente de trigonometrie:** cercul trigonometric, funcții trigonometrice directe și inverse, reducerea la primul cadran, formule trigonometrice de bază ($\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$, $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$, $\cos a + \cos b$, $\cos a - \cos b$), ecuații trigonometrice ($\sin x = a$, $\cos x = a$, $a \in [-1, 1]$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, $a \in \mathbb{R}$; $\sin f(x) = \sin g(x)$, $\cos f(x) = \cos g(x)$, $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$, $\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$).
- **Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar al doi vectori în geometria plană:** produsul scalar al doi vectori (definiție, proprietăți), teorema cosinusului, rezolvarea triunghiului dreptunghic, teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare, calcularea razei cercului înscris într-un triunghi și a razei cercului circumscris unui triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii.
- **Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare:** operații cu matrice (adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți), determinanți (determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți), matrice inversabile, ecuații matriceale, sisteme de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute.
- **Grupuri:** legi de compoziție internă, grupuri, grupuri numerice, morfism și izomorfism de grupuri.
- **Inele și corpuri:** inele, inele numerice, corpuri, corpuri numerice, izomorfism de inele și corpuri.
- **Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ:** operații cu polinoame, divizibilitatea polinoamelor, c.m.m.d.c. și c.m.m. m.c. ale unor polinoame, descompunerea polinoamelor în factori ireductibili, rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète pentru polinoame având gradul cel mult 4.

- **Limite de funcții, continuitate și derivabilitate:** limita unei funcții într-un punct, limite laterale, cazuri exceptate în calculul limitelor de funcții, asimptotele graficului unei funcții, continuitatea unei funcții, operații cu funcții continue, derivata unei funcții într-un punct, derivabilitatea unei funcții, calculul derivatelor de ordinul I și al II-lea, regulile lui l'Hospital, studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor.
- **Primitivele unei funcții și integrala definită:** primitive uzuale, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite, proprietăți ale integralei definite (liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare), metode de calcul al integralelor definite (integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă, integrarea prin metoda descompunerii în fracții simple), aplicații ale integralei definite (aria unei suprafețe plane, volumul unui corp de rotație).

CAPITOLUL 1

Enunțuri

Varianta 1

1. (3p) Se consideră progresia aritmetică 2, 4, 6, ... Suma primilor 50 de termeni ai acestei progresii este:

A 2450; B 2500; C 2550; D 5100; E 4900.

2. (3p) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 1 - a$. Mulțimea valorilor parametrului $a \in \mathbb{R}$ pentru care graficul funcției f are un singur punct comun cu axa Ox este:

A $\{-2, -1\}$; B $\{0, 1\}$; C $\{-1, 2\}$; D $\{2\}$;
 E $\{-1\}$.

3. (3p) Valoarea modului numărului complex $z = \frac{2 + \sqrt{6}i}{2 - \sqrt{6}i}$ este:

A $\frac{1}{5}$; B $\frac{2}{5}$; C 2; D 3; E 1.

4. (3p) Soluția ecuației $\lg(-3x + 23) = \lg(2x) + 1$ este:

A 6; B $\frac{1}{2}$; C 2; D 1; E 0.

5. (3p) Coeficientul termenului care îl conține pe x^4 în dezvoltarea $\left(x + \frac{8}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$ este:

A $C_8^3 8^3$; B $C_8^4 8^4$; C $C_8^2 8^2$; D $C_8^5 8^5$; E $C_8^6 8^6$.

6. (3p) În planul Oxy se consideră triunghiul ABC , de vârfuri $A(2, 6)$, $B(4, 4)$, $C(-6, 6)$. Lungimea medianeî duse din A este:

$$\boxed{\text{A}} \ 3\sqrt{2}; \quad \boxed{\text{B}} \ 2\sqrt{2}; \quad \boxed{\text{C}} \ \sqrt{10}; \quad \boxed{\text{D}} \ \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \boxed{\text{E}} \ \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

7. (3p) Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $\cos x = -\frac{1}{2}$, atunci numărul $\sin x + \cos x$ este egal cu:

$$\boxed{\text{A}} \ -\frac{1}{4}; \quad \boxed{\text{B}} \ -\frac{5}{4}; \quad \boxed{\text{C}} \ \frac{1}{4}; \quad \boxed{\text{D}} \ \frac{\sqrt{3}-1}{2}; \quad \boxed{\text{E}} \ -\frac{\sqrt{3}+1}{2}.$$

8. (3p) Valoarea lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = (m-1)\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-2)\vec{i} + 4\vec{j}$ sunt coliniari este:

$$\boxed{\text{A}} \ -2; \quad \boxed{\text{B}} \ 1; \quad \boxed{\text{C}} \ \frac{10}{7}; \quad \boxed{\text{D}} \ -\frac{2}{7}; \quad \boxed{\text{E}} \ 3.$$

9. (3p) În triunghiul ABC avem $BC = 2$ și $m(\widehat{A}) = 30^\circ$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu:

$$\boxed{\text{A}} \ 2\sqrt{3}; \quad \boxed{\text{B}} \ 3\sqrt{7}; \quad \boxed{\text{C}} \ 2; \quad \boxed{\text{D}} \ 4; \quad \boxed{\text{E}} \ \sqrt{\frac{7}{3}}.$$

10. (3p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Valoarea lui $(f \circ f)(1)$ este:

$$\boxed{\text{A}} \ 5; \quad \boxed{\text{B}} \ 3; \quad \boxed{\text{C}} \ 2; \quad \boxed{\text{D}} \ 15; \quad \boxed{\text{E}} \ 17.$$

11. (3p) Mulțimea soluțiilor din \mathbb{R} ale ecuației $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ este:

$$\boxed{\text{A}} \ \{0, 1\}; \quad \boxed{\text{B}} \ \{-1, 2\}; \quad \boxed{\text{C}} \ \{2, 4\}; \quad \boxed{\text{D}} \ \{2, 3\}; \\ \boxed{\text{E}} \ \{3, 4\}.$$

12. (3p) Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

$$\boxed{\text{A}} \ \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}; \quad \boxed{\text{B}} \ \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}; \quad \boxed{\text{C}} \ \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}; \\ \boxed{\text{D}} \ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}; \quad \boxed{\text{E}} \ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

13. (3p) Se consideră funcția $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$. Asimptota verticală la graficul funcției f are ecuația:

- A $x = 0$; B $x = -1$; C $x = 1$; D $x = -2$;
 E $x = 2$.

14. (3p) Valoarea integralei $\int_0^1 (e^x + x^2) dx$ este:

- A $e - \frac{1}{3}$; B $e - \frac{2}{3}$; C $e + \frac{1}{3}$; D $e + \frac{2}{3}$; E $e + 1$.

15. (3p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^x$. Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

- A 2; B 0; C 1; D 3; E 4.

16. (3p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$. Numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f este:

- A 2; B 1; C 3; D 0; E 4.

17. (3p) Valoarea integralei $\int_0^4 \frac{dx}{x^2 + 16}$ este:

- A 0; B $\frac{\pi}{4}$; C $\frac{\pi}{64}$; D $\frac{\pi}{8}$; E $\frac{\pi}{16}$.

18. (3p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 5x^2 + 5x - 2}{x - 1}$ este:

- A ∞ ; B -1 ; C 0; D 1; E $-\infty$.

19. (3p) Valoarea integralei $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2-4} dx$ este:

- A $\ln 2$; B $-\ln 4$; C $-\ln 2$; D $\ln 4$; E 0.

20. (3p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}}$. Atunci, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, valoarea derivatei $f'(x)$ este:

- A $\frac{8}{(x^2 + 8)\sqrt{x^2 + 8}}$; B $\frac{8}{x^2 + 8}$; C $\frac{8}{\sqrt{x^2 + 8}}$;

$$\boxed{\text{D}} \frac{1}{(x^2 + 8)\sqrt{x^2 + 8}}; \quad \boxed{\text{E}} \frac{1}{(x^2 + 8)^2\sqrt{x^2 + 8}}.$$

21. (3p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Numărul natural n pentru care $\det(A^n) = 256$ este:

$$\boxed{\text{A}} 11; \quad \boxed{\text{B}} 6; \quad \boxed{\text{C}} 10; \quad \boxed{\text{D}} 8; \quad \boxed{\text{E}} 12.$$

22. (3p) Se consideră polinomul $f = X^4 + 2X^3 + X + 1 \in \mathbb{R}[X]$, având rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 . Valoarea expresiei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

$$\boxed{\text{A}} -1; \quad \boxed{\text{B}} 4; \quad \boxed{\text{C}} -3; \quad \boxed{\text{D}} 0; \quad \boxed{\text{E}} 1.$$

23. (3p) Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție

$$x \circ y = \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{y^2 + 5}.$$

Ecuția $x \circ x = 3x$ are soluția reală:

$$\boxed{\text{A}} -1; \quad \boxed{\text{B}} 2; \quad \boxed{\text{C}} \sqrt{20}; \quad \boxed{\text{D}} -\sqrt{20}; \quad \boxed{\text{E}} \sqrt{10}.$$

24. (3p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$. Tangenta la graficul funcției f , care este paralelă cu axa Ox , are ecuația:

$$\boxed{\text{A}} y = 0; \quad \boxed{\text{B}} y = \frac{1}{2}; \quad \boxed{\text{C}} y = 1; \quad \boxed{\text{D}} y = 2; \\ \boxed{\text{E}} y = -1.$$

25. (3p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\operatorname{tg} x - 2x)$ este:

$$\boxed{\text{A}} 0; \quad \boxed{\text{B}} 1; \quad \boxed{\text{C}} \infty; \quad \boxed{\text{D}} -1; \quad \boxed{\text{E}} -\infty.$$

26. (3p) Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + 2X + 1 \in \mathbb{R}[X]$. Suma modulelor rădăcinilor din $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ale polinomului f este:

$$\boxed{\text{A}} 2; \quad \boxed{\text{B}} \frac{1}{2}; \quad \boxed{\text{C}} \frac{1}{4}; \quad \boxed{\text{D}} 1; \quad \boxed{\text{E}} 0.$$

27. (3p) Pe mulțimea $G = (3, \infty)$ se consideră legea de compoziție asociativă

$$x * y = xy - 3x - 3y + 12.$$

Ecuția $x * x * x = 11$ are în mulțimea G soluția:

- A 12; B 6; C 4; D 11; E 5.

28. (3p) Partea întreagă a numărului $I = \int_{2022}^{2023} \frac{x}{x^3 + 2} dx$ are valoarea:

- A 1; B 0; C 2022; D 2023; E 2.

29. (3p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_x^{x+1} e^{-t^2} dt$ este:

- A ∞ ; B 1; C 2; D 0; E $\frac{1}{2}$.

30. (3p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 4} - \sqrt{x^2 + 2x + 2})(x - \ln x)$ este:

- A 1; B ∞ ; C 0; D 2; E $\frac{1}{2}$.

Varianta 2

1. (3p) Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{2x+1} = x+1$ este:

- A \emptyset ; B $\{0\}$; C $\{0, 1\}$; D $\{1\}$; E $\{-1, 0, 1\}$.

2. (3p) Se consideră progresia aritmetică 1, 4, 7, 10, ... Al douăzecilea termen al său este:

- A 60; B 58; C 56; D 54; E 62.

3. (3p) Modulul numărului complex $z = \frac{1-3i}{1+3i}$ este:

- A 2; B $\sqrt{3}$; C $\frac{1}{\sqrt{3}}$; D $\frac{1}{2}$; E 1.

4. (3p) Coeficientul termenului care îl conține pe x^6 din dezvoltarea $\left(x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^8$ este:

- A $C_8^4 2^4$; B $C_8^6 2^6$; C $C_8^5 2^5$; D 1; E 8.

5. (3p) Soluția ecuației $\log_3(x^2+9) - \log_3(2x) = 1$ este:

- A 0; B 1; C $\frac{1}{3}$; D 9; E 3.

6. (3p) Se consideră punctul $A(-1, 0)$. Distanța de la punctul A la dreapta d de ecuație $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$ este:

- A $\frac{1}{\sqrt{3}}$; B $\frac{1}{2}$; C 2; D 1; E 0.

7. (3p) Valoarea numărului $4 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$ este:

- A 2; B $\frac{1}{\sqrt{2}}$; C $\sqrt{2}$; D 1; E $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

8. (3p) Se consideră triunghiul ABC de vârfuri $A(-2, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(3, 4)$. Ecuația medianei duse din vârful A este:

- A $3x - y + 1 = 0$; B $x - 3y + 5 = 0$; C $2x - 3y + 5 = 0$;
 D $x + 3y - 5 = 0$; E $3x - y + 5 = 0$.

9. (3p) Toate soluțiile ecuației $\sin 2x = \cos x$, care aparțin intervalului $[0, 2\pi]$, sunt:

- A $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{4};$
 B $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4};$
 C $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{8};$
 D $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2};$
 E $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}.$

Problemele **10.**, **11.**, **12.** se referă la funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = a^x + 3^x - 2 \cdot 5^x, \text{ unde } a \in (0, \infty).$$

10. (3p) Derivata $f'(0)$ este:

- A 1;
 B $\ln(3a);$
 C $\ln \frac{3a}{25};$
 D $\ln \frac{1}{25};$
 E $\ln \frac{3}{25}.$

11. (3p) Dacă $f(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, atunci numărul $a + \frac{1}{a}$ este egal cu:

- A $\frac{75}{628};$
 B $\frac{634}{75};$
 C 2;
 D $\frac{5}{2};$
 E $\frac{10}{3}.$

12. (3p) Dacă $a = e$, atunci $\int_0^1 f(x) dx$ este:

- A $\frac{2}{\ln 3} - \frac{8}{\ln 5};$
 B $e - 1;$
 C $\frac{2}{\ln 3} + \frac{8}{\ln 5};$
 D $e + 1;$
 E $e - 1 + \frac{2}{\ln 3} - \frac{8}{\ln 5}.$

Problemele **13.**, **14.**, **15.** se referă la funcția $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x \ln(1 - x).$$

13. (3p) Derivata $f'(x)$, pentru orice $x \in (0, 1)$, este:

- A $\ln(1 - x) - \frac{x}{1 - x};$
 B $\frac{x}{1 - x};$
 C $\ln(1 - x) + 1;$
 D $\ln(1 - x);$
 E $\ln(1 - x) + \frac{x}{1 - x}.$

14. (3p) Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $\frac{e-1}{e}$ este:

$$\begin{aligned} \text{[A]} \quad y &= -1 + \frac{1}{e} - e \left(x - 1 + \frac{1}{e} \right); & \text{[B]} \quad y &= -1; \\ \text{[C]} \quad y &= -e \left(x - 1 + \frac{1}{e} \right); & \text{[D]} \quad y &= -1 + \frac{1}{e}; & \text{[E]} \quad x &= \frac{e-1}{e}. \end{aligned}$$

15. (3p) Valoarea limitei $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \int_0^x f(t) dt$ este:

$$\text{[A]} \quad \frac{1}{4}; \quad \text{[B]} \quad 0; \quad \text{[C]} \quad -\frac{1}{4}; \quad \text{[D]} \quad -\frac{3}{4}; \quad \text{[E]} \quad \frac{1}{2}.$$

Problemele 16., 17., 18. se referă la legea de compoziție asociativă

$$x \circ y = xy - 5x - 5y + 30,$$

definită pe mulțimea numerelor reale.

16. (3p) Elementul neutru ale legii „ \circ ” este:

$$\text{[A]} \quad 5; \quad \text{[B]} \quad 2; \quad \text{[C]} \quad 6; \quad \text{[D]} \quad 4; \quad \text{[E]} \quad 0.$$

17. (3p) Numărul $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 800$ este egal cu:

$$\text{[A]} \quad 5; \quad \text{[B]} \quad 22; \quad \text{[C]} \quad 9; \quad \text{[D]} \quad 10; \quad \text{[E]} \quad 15.$$

18. (3p) Suma soluțiilor reale ale ecuației $x \circ x \circ x = x$ este:

$$\text{[A]} \quad 2; \quad \text{[B]} \quad 22; \quad \text{[C]} \quad 9; \quad \text{[D]} \quad 10; \quad \text{[E]} \quad 15.$$

Problemele 19., 20. se referă la polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 3$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

19. (3p) Care este valoarea numărului $x_1 + x_2 + x_3$?

$$\text{[A]} \quad 2; \quad \text{[B]} \quad 3; \quad \text{[C]} \quad -2; \quad \text{[D]} \quad -3; \quad \text{[E]} \quad 1.$$

20. (3p) Care este valoarea numărului $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2}$?

$$\text{[A]} \quad \frac{1}{4}; \quad \text{[B]} \quad \frac{1}{9}; \quad \text{[C]} \quad \frac{16}{9}; \quad \text{[D]} \quad \frac{4}{9}; \quad \text{[E]} \quad \frac{9}{4}.$$

Problemele 21., 22., 23. se referă la funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x + e^{-x}.$$

21. (3p) Punctele de extrem ale funcției f sunt în număr de:

A 3; B 4; C 0; D 1; E 2.

22. (3p) Funcția f este descrescătoare pe mulțimea:

A $(-\infty, 0]$; B $[-1, 2)$; C $(0, \infty)$; D \mathbb{R} ; E $(0, 5)$.

23. (3p) Valoarea integralei $\int_0^1 xf(x^2) dx$ este:

A $\frac{1-3e}{6}$; B $\frac{5-3e}{6}$; C $\frac{1+3e}{6}$; D $\frac{2-3e}{4e}$;
 E $\frac{-2+3e}{4e}$.

Problemele **24.**, **25.**, **26.** se referă la funcția $f : (-8, 8) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \ln \frac{8+x}{8-x}.$$

24. (3p) Asimptotele la graficul funcției f sunt în număr de:

A 2; B 4; C 0; D 1; E 3.

25. (3p) Care este valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} xf\left(\frac{1}{x}\right)$?

A 8; B 4; C $\frac{1}{4}$; D $e^{\frac{1}{4}}$; E e^8 .

26. (3p) Valoarea integralei $\int_0^1 e^{f(x)} dx$ este:

A 1; B $16 \ln \frac{8}{7} - 1$; C $16 \ln \frac{7}{8} - 1$; D $16 \ln \frac{8}{7} + 1$;
 E -1 .

Problemele **27.**, **28.**, **29.** se referă la matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

27. (3p) Valoarea determinantului matricei A este:

A 2; B 0; C -4 ; D 1; E 6.

28. (3p) Inversa matricei A este: