

# 101

Teste pentru Proba Scrisă la Matematică  
a Examenului de Admitere la Licență  
la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică

Universitatea din Craiova  
Departamentul de Matematici Aplicate

## **Seria de Lucrări Didactice**

Colectivul Editorial

**Cristian Vladimirescu** - coordonator

**Liliana-Maria Bucur**

**Dana Constantinescu**

**Aurelia Florea**

**Luminița Grecu**

**Florian Munteanu**

**Marcela Popescu**

**Paul Popescu**

Cristian Vladimirescu, Florian Munteanu,  
Maria-Magdalena Boureanu, Dana Constantinescu,  
Cristian-Paul Dăneț, Aurelia Florea,  
Laurențiu-Emanuel Temereancă, George Popescu,  
Cătălin Șterbeți, Dumitru Bălă

# 101

Teste pentru Proba Scrisă la Matematică  
a Examenului de Admitere la Licență  
la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică



**EDITURA UNIVERSITARIA  
CRAIOVA, 2018**

**Referenți științifici:**

Prof. univ. dr. ing. Dan SELIȘTEANU

Prof. univ. dr. ing. Marius BREZOVAN

Prof. univ. dr. Trandafir BĂLAN

Copyright © 2018 Editura Universitaria

Toate drepturile sunt rezervate Editurii Universitaria

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**101 teste pentru proba scrisă la matematică la Facultatea de  
Automatică, Calculatoare și Electronică / Cristian Vladimirescu, Florian  
Munteanu, Maria-Magdalena Boureanu, .... - Craiova : Universitaria, 2018**

Conține bibliografie

ISBN 978-606-14-1353-9

I. Vladimirescu, Cristian

II. Munteanu, Florian

III. Boureanu, Maria-Magdalena

## Prefață

Prezentul ghid se adresează celor care se pregătesc pentru proba scrisă la matematică a examenului de admitere la licență la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică a Universității din Craiova, dar și celor care se pregătesc pentru susținerea examenului național de bacalaureat la matematică, respectând programa analitică prezentată în acest volum.

Lucrarea este structurată în trei capitole și conține teste propuse de autori și subiectele date în ultimii ani la admiterea la acest domeniu de studii, în total 105 variante, toate fiind redactate după modelul subiectelor de la examenul național de bacalaureat.

Primul capitol conține enunțurile a 101 teste propuse. Acestea sunt însoțite în capitolul al doilea, de soluții și bareme de corectare. Capitolul al treilea prezintă enunțurile, soluțiile și baremele de corectare ale subiectelor date la examenele de admitere la licență de la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică, din perioada 2015 – 2017.

Variantele propuse sunt elaborate de cadre didactice ale Departamentului de Matematici Aplicate al Universității din Craiova, astfel: variantele 1 – 18 sunt redactate de conf. dr. Cristian Vladimirescu, variantele 19 – 36 de lect. dr. Florian Munteanu, variantele 37 – 44 de conf. dr. Maria-Magdalena Boureanu, variantele 45 – 52 de conf. dr. Dana Constantinescu, variantele 53 – 60 de lect. dr. Cristian-Paul Dăneț, variantele 61 – 69 de lect. dr. Aurelia Florea, variantele 70 – 77 de asist. dr. Laurențiu-Emanuel Temereancă, variantele 78 – 85 de lect. dr. George Popescu, variantele 86 – 93 de lect. dr. Cătălin Șterbeți și variantele 94 – 101 de lect. dr. Dumitru Bălă.

Lucrarea poate fi utilă atât profesorilor, cât și elevilor, în activitățile curente de învățare și evaluare de la clasă.

Vă dorim succes în pregătirea examenelor !

*Autori*



**Programa analitică a probei scrise la matematică  
din Concursul de Admitere la Licență  
la Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică**

- **Mulțimea numerelor reale:** operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, puteri, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale, partea întreagă și partea fracționară a unui număr real, operații cu intervale de numere reale, radicali, logaritmi.
- **Elemente de logică matematică:** operații logice elementare (negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența) corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementara, intersecția, reuniunea, incluziunea, egalitatea), raționament prin reducere la absurd.
- **Inducția matematică.**
- **Șiruri particulare:** progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii, condiția ca  $n$  numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru  $n \geq 3$ .
- **Mulțimea numerelor complexe:** numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex, operații cu numere complexe.
- **Funcții:** funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția putere, funcția radical, funcția exponențială, funcția logaritmică, injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile, compunerea funcțiilor.
- **Ecuatii:** ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul al doilea sau al treilea, ecuații exponențiale, ecuații logaritmice, ecuații algebrice având coeficienți în  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ , ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate.
- **Metode de numărare:** permutări, aranjamente, combinări, binomul lui Newton.
- **Vectori în plan și aplicații ale calculului vectorial în geometria plană:** operații cu vectori, vectori coliniari, vectorul de poziție al unui punct, vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi.

- **Elemente de geometrie analitică în plan:** reper cartezian, coordonate carteziene, distanța dintre două puncte în plan, coordonatele unui vector, ale sumei vectoriale și ale produsului dintre un vector și un număr real, ecuația dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată, ecuația dreptei în plan determinate de două puncte distincte, condiții de paralelism și de perpendicularitate a două drepte din plan, coliniaritatea a trei puncte în plan, calcularea unor distanțe și a unor arii.
- **Elemente de trigonometrie:** cercul trigonometric, funcții trigonometrice directe și inverse, reducerea la primul cadran, formule trigonometrice de bază ( $\sin(a + b)$ ,  $\sin(a - b)$ ,  $\cos(a + b)$ ,  $\cos(a - b)$ ,  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\sin a + \sin b$ ,  $\sin a - \sin b$ ,  $\cos a + \cos b$ ,  $\cos a - \cos b$ ), ecuații trigonometrice ( $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $a \in [-1, 1]$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ;  $\sin f(x) = \sin g(x)$ ,  $\cos f(x) = \cos g(x)$ ,  $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$ ,  $\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$ ).
- **Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar al doi vectori în geometria plană:** produsul scalar al doi vectori (definiție, proprietăți), teorema cosinusului, rezolvarea triunghiului dreptunghic, teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare, calcularea razei cercului înscris într-un triunghi și a razei cercului circumscris unui triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii.
- **Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare:** operații cu matrice (adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți), determinanți (determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți), matrice inversabile, ecuații matriceale, sisteme de ecuații liniare cu cel mult trei necunoscute.
- **Grupuri:** legi de compoziție internă, grupuri, grupuri numerice, morfism și izomorfism de grupuri.
- **Inele și corpuri:** inele, inele numerice, corpuri, corpuri numerice, izomorfism de inele și corpuri.
- **Polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ:** operații cu polinoame, divizibilitatea polinoamelor, c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. ale unor polinoame, descompunerea polinoamelor în factori ireductibili, rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète pentru polinoame având gradul cel mult 4.



- **Limite de funcții, continuitate și derivabilitate:** limita unei funcții într-un punct, limite laterale, cazuri exceptate în calculul limitelor de funcții, asimptotele graficului unei funcții, continuitatea unei funcții, operații cu funcții continue, derivata unei funcții într-un punct, derivabilitatea unei funcții, calculul derivatelor de ordinul I și al II-lea, regulile lui L'Hospital, studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor.
- **Primitivele unei funcții și integrala definită:** primitive uzuale, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite, proprietăți ale integralei definite (liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare), metode de calcul al integralelor definite (integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă, integrarea prin metoda descompunerii în fracții simple), aplicații ale integralei definite (aria unei suprafețe plane, volumul unui corp de rotație).



## CAPITOLUL 1

### Enunțuri

#### VARIANTA 1

##### SUBIECTUL I

(30 de puncte)

(5p) 1. Rezolvați ecuația  $2z - 3\bar{z} = 1 + 5i$ .

(5p) 2. Se consideră ecuația  $x^2 - 2mx + m + 1 = 0$ , având rădăcinile  $x_1, x_2$ . Determinați  $m \in \mathbb{R}^*$ , pentru care  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = -3$ .

(5p) 3. Rezolvați ecuația  $\log_3 x + \log_9 x - \log_{\sqrt{3}} x = \frac{3}{2}$ .

(5p) 4. Rezolvați ecuația  $8^x - 8^{1-x} = 2$ .

(5p) 5. Se consideră triunghiul  $ABC$ , de vârfuri  $A(2, 0)$ ,  $B(5, 2)$ ,  $C(2, 4)$ . Scrieți ecuația dreptei ce trece prin centrul de greutate al triunghiului  $ABC$  și este paralelă cu  $AB$ .

(5p) 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , având laturile de lungimi 4, 5, 7.

##### SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ m & 1 & 2m \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

(5p) a) Determinați  $m \in \mathbb{R}$ , pentru care matricea  $A$  este inversabilă.

(5p) b) Determinați valorile reale ale lui  $m$ , pentru care  $A^{-1} = \frac{1}{2}A^*$ .

(5p) c) Determinați  $m \in \mathbb{Z}$ , pentru care  $A^{-1} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ .

2. Se consideră polinomul  $f = (X + i)^{2018} + (X - i)^{2018} \in \mathbb{C}[X]$ .

(5p) a) Calculați  $f(-1)$ .

(5p) b) Determinați restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X + 1$ .

(5p) c) Demonstrați că toate rădăcinile polinomului  $f$  sunt reale.

**SUBIECTUL al III-lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

(5p) a) Studiați monotonia funcției  $f$ .

(5p) b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$ , în punctul de abscisă  $x_0 = 0$ .

(5p) c) Demonstrați că  $f(x) < \arctg x$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ .

(5p) a) Calculați  $\int_{-5}^5 xf(x) dx$ .

(5p) b) Calculați aria domeniului mărginit de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 5$  și  $x = -5$ .

(5p) c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^{2017}} \cdot \int_x^{x+1} f(t) dt$ .

**VARIANTA 2****SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

(5p) 1. Calculați modulul numărului complex

$$z = \left( (\sqrt{3} - 1) + i(\sqrt{3} + 1) \right)^4.$$

(5p) 2. Rezolvați ecuația  $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x - 2} = 0$ .

(5p) 3. Calculați  $1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2017}$ .

(5p) 4. Fie binomul  $\left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^{20}$ . Aflați termenul care conține pe  $x^5$ .

(5p) 5. Scrieți ecuațiile laturilor triunghiului având vârfurile  $A(8, 0)$ ,  $B(1, 5)$ ,  $C(-2, 2)$ .

(5p) 6. Știind că  $\sin x = \frac{1}{2}$ , calculați  $\cos 2x$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + y + z = m \\ x + my + mz = m \\ x + my + z = m \end{cases}$$
 și fie  $A$  matricea asociată

acestui sistem.

(5p) a) Calculați  $\det(A)$ .