Nicolae DUMITRU

Claudia Cristina PLOSCARU   **Oana Victoria OȚĂT**

Nicolae DUMITRU

Claudia Cristina PLOSCARU **Oana Victoria OŢĂT**

SISTEME MECANICE MOBILE

Prototipare virtuală și analiză experimentală

Editura UNIVERSITARIA
Craiova, 2018

Referenți științifici:
Prof.univ.dr.ing. Cătălin ALEXANDRU
Prof.univ.dr.ing. Constantin OCNĂRESCU

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
DUMITRU, NICOLAE
Sisteme mecanice mobile : prototipare virtuală şi analiză experimentală / Nicolae Dumitru, Claudia Cristina Ploscaru, Oana Victoria Oţăt. - Craiova : Universitaria, 2018
Conţine bibliografie
ISBN 978-606-14-1414-7
I. Ploscaru, Claudia Cristina
II. Oţăt, Oana Victoria

53

Prefață

Lucrarea este structurată în două părți, respectiv *Analiza modal dinamică a sistemelor mecanice mobile. Modelare cu metoda elementului finit* și *Prototiparea virtuală și analiza experimentală a unui mecanism de la o pompă de extracție.* Sunt prezentate metode teoretice și experimentale pentru analiza cinematică și dinamică a sistemelor mecanice cu elemente deformabile. Lucrarea se constituie într-un sistem integrat de prototipare virtuală și cercetări experimentale, cu modele matematice procesate prin programe flexibile, modelări virtuale și simulări numerice cu programele Adams și Ansys, validate prin analize experimentale.

Modelele matematice și prototiparea virtuală au la bază metoda elementului finit, scopul final fiind acela de a pune în valoare metode și tehnici pentru analiza sistemelor multicorp cu elemente rigide și deformabile.

În **capitolul 1** intitulat *Modelarea cinematică și dinamică, asistată, a sistemelor mecanice mobile,* sunt prezentate modele matematice computaționale pentru analiza cinematică și dinamică a sistemelor mecanice mobile.

Capitolul 2, *Analiza elastodinamică a sistemelor mecanice mobile, cu metoda elementului finit,* prezintă un set de modele matematice pentru analiza elastodinamică a sistemelor mecanice cu elemente deformabile, având la bază suprapunerea mișcării de solid rigid cu cea de solid deformabil cu identificare componentelor statice și dinamice ale coeficienților care intervin in ecuațiile de mișcare, respectiv matricea maselor, matricea de amortizare, matricea de rigiditate și vectorul încărcărilor.

În **capitolele 3 și 4**, respectiv *Modelarea elastodinamică, cu elemente finite de tip bară* și *Modelarea elastodinamică, cu elemente finite de tip placă triunghiulară, pentru un element cinematic în mișcare de rotație,* se prezintă aplicații pentru analiza modal dinamică a unui mecanism plan de tip bielă-manivelă, unde elementele cinematice sunt discretizate în elemente finite de tip bară sau de tip placă. În baza frecvențelor naturale și a vectorilor proprii se identifică matricea formelor modale, utilă în decuplarea ecuațiilor de mișcare și identificarea legilor de variație în timp ale parametrilor cinematici (deplasări, viteze, accelerații).Este important de precizat faptul că s-au elaborat programe sub mediul de programare Maple, cu un accentuat caracter flexibil în procesarea modelelor matematice pentru analiza modal dinamică a sistemelor mecanice cu elemente deformabile.

În **capitolul 5** este prezentată analiza cinematică şi cinetostatică a mecanismului de la o pompă de extracție. Având în vedere particularitatea constructivă a mecanismului de extracţie respectiv prezenţa elementului flexibil, analiza cinematică a fost realizată în două variante:
- modelarea cinematică a mecanismului, când contactul balansier-element flexibil este modelat printr-un angrenaj de tipul pinion cremalieră;
- modelarea cinematică a mecanismului, cu modelarea contactului balansier–element flexibil prin cuplă de rotaţie.

Este importantă abordarea studiului cinematic în prima variantă, deoarece contactul dintre elementul flexibil şi balansier este cu rostogolire fără alunecare. Un studiu cinematic complex şi complet se poate face doar cu considerarea deformabilităţii elementului flexibil şi apelând la metoda elementului finit.

Capitolul 6 tratează analiza elastodinamică a mecanismului. Analiza vibraţiilor mecanismului s-a realizat prin două metode, respectiv, o metodă analitică şi metode numerice procesate şi simulate cu programul Adams. Folosind metoda analitică s-au determinat modelele matematice pentru deplasările liniar elastice longitudinale și transversale ale bielei şi balansierului pentru două cazuri.

Procesarea acestor modele matematice în mediul de programare Maple a condus la diagramele de variaţie în timp pentru deformaţii elastice longitudinale şi pentru deformaţii elastice transversale. Diagramele de variaţie ale parametrilor cinematici sunt procesate în funcţie de timp sau, în spaţiul 3D, în funcţie de timp și un parametru geometric. Răspunsul dinamic în vibrații al elementelor terminale din mecanism, respectiv tija de pompare şi elementul flexibil s-a modelat cu programul Adams.

Capitolul 7 tratează analiza modal-dinamică a mecanismului de extracţie. În prima parte s-a construit modelul virtual al ansamblului pentru sonda de extracție, care se compune din unitatea de acţionare (motor - reductor - transmisie cu curele trapezoidale) şi mecanismul de pompare. Acest mecanism se compune dintr-un element motor, bielă, balansier, element elastic şi tijă de pompare.

Analiza modal dinamică realizată cu programul Adams presupune două etape, respectiv, determinarea frecventelor naturale şi a modurilor proprii de vibraţie și analiza elastodinamică. Modelul matematic care stă la baza analizei dinamice a mecanismului cu element flexibil sau deformabil se construiește în formalismul Lagrange. Vectorul coordonatelor generalizate pentru cele două componente, poziţia şi orientarea sistemului de referinţă mobil, solidar cu elementul flexibil şi coordonatele modale.

În **capitolul 8** sunt prezentate încercările experimentale realizate pe instalația de pompare a unei sonde de extracţie de mare adâncime, aflate în exploatare în câmpul petrolier de la Brădești – Dolj. Testele experimentale au avut dublul scop:

• de a valida modelul matematic pentru analiza cu elemente finite;

• de a identifica şi experimenta noi metode de monitorizare a instalaţiilor de pompare privind funcţionarea pompei de adâncime şi eforturile din tija de pompare.

Au fost identificați acei parametri accesibili pentru măsurători şi sustenabili de a fi incluşi într-un sistem de monitorizare permanentă a funcţionării sondelor de extracţie de mare adâncime.

Prelucrarea datelor experimentale s-a efectuat atât în domeniul timp, cât şi în domeniul frecvenţă, fiecare gen de prelucrări şi analize furnizând informaţii caracteristice despre starea tehnică a instalaţiei de pompare şi despre procesul de extracţie a ţiţeiului.

În **capitolul 9** sunt prezentate elemente de prototipare virtuală a transmisiilor mecanice. Se procesează analiza modal dinamică a unui reductor planetar în două trepte și a unui mecanism diferențial cu roți conice.

Având în vedere caracterul computațional al modelelor matematice, programele elaborate de autori, prototiparea virtuală cu platforme software de un impact deosebit în proiectarea asistată, respectiv Ansys și Adams, considerăm că lucrarea este deosebit de utilă pentru studenții de la forma de învățământ de tip licență, dar în principal studenților masteranzi și doctoranzi de la facultățile tehnice.

I. Analiza modal dinamică a sistemelor mecanice mobile. Modelare cu metoda elementului finit

1 MODELAREA CINEMATICĂ ȘI DINAMICĂ, ASISTATĂ, A SISTEMELOR MECANICE MOBILE

1.1 Modelarea cinematică

Poziția și orientarea unui element cinematic (solid rigid) este definită printr-un set de variabile numite coordonate generalizate.

Aceste coordonate pot fi independente (variază arbitrar) sau dependente (satisfac ecuațiile de constrângere cinematică). Acest set de coordonate se poate exprima printr-un vector coloană de forma:

$$\vec{q}=\left[q_1, q_2, \ldots, q_{n_c}\right]^T \tag{1.1}$$

unde: n_c - numărul coordonatelor generalizate.

Pentru un element cinematic „i” în plan, se consideră următoarele sisteme de referință:
$T'\left(x_i', y_i', z_i'\right)$ - sistemul de referință solidar cu elementul „i”;
$T(x,y,z)$ - sistemul de referință global.

Poziția şi orientarea elementului „i” este dată de vectorul coordonatelor generalizate - q_i:

$$\vec{q_i}=\left[r_i^T, \varphi_i\right]^T \tag{1.2}$$

$$q_i=[x,y,\varphi]_i^T \equiv [x_i, y_i, \varphi_i]^T \tag{1.3}$$

Dacă considerăm un sistem mecanic mobil, in plan, cu *n* elemente, vectorul coordonatelor generalizate va fi:

$$\vec{q}=[q_1^T, q_2^T, \ldots, q_n^T]^T \tag{1.4}$$

Prezenţa cuplelor cinematice conduce la apariția ecuaţiilor de constrângere cinematică, aşa încât majoritatea coordonatelor generalizate vor deveni dependente.

Dacă condiţiile impuse de cuple se pot exprima algebric, atunci ecuaţiile de constrângere se numesc olonome:

$\Phi^k(q)=[\Phi_1^k(q_1) \dots \Phi_{n_k}^k(q)]^T \rightarrow$ ecuaţii de constrângere cinematică care nu depind de timp și se numesc staționare (1.5)

$\Phi^k(q,t)=0 \rightarrow$ ecuații de constrângere cinematică, care depind de timp și se numesc nestaționare (1.6)

Fie n_h numărul ecuaţiilor de constrângere cinematică, atunci, numărul gradelor de libertate pentru un sistem mecanic mobil în plan este:

$$L=n_c-n_h \tag{1.7}$$

Setul de ecuaţii care defineşte configuraţia cinematică a unui sistem mecanic mobil este de forma:

$$\Phi(q,t)=0 \tag{1.8}$$

Derivam relațiile (1.8), în raport cu timpul și obținem:

$$\dot{\Phi}(q,t)=J_q \cdot \dot{q}+\frac{\partial_\Phi}{\partial_t} \tag{1.9}$$

unde:

$$J_q=\frac{\partial_\Phi}{\partial_q}=\frac{\partial_{\Phi_i}}{\partial_{q_j}};\ i=\overline{1,n_h} \quad , \quad j=\overline{1,n_c} \tag{1.10}$$

unde: J_q - matricea Jacobian în raport cu coordonatele generalizate q care satisfac ecuaţiile de constrângere (1.8).

$$\ddot{\Phi}_{(q)}=J_q \ddot{q}+J_{[J_q \cdot \dot{q}]}\dot{q}+\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_t \partial_{q_j}}\dot{q}+\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_t \partial_{q_j}}\dot{q}+\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_t^2}$$

$$=J_q \cdot \ddot{q}+J_{[J_q \cdot \dot{q}]}\dot{q}+2\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_t \partial_{q_j}}\dot{q}+\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_t^2} \tag{1.11}$$

$$J_{[J_q \cdot \dot{q}]}=\sum_{k=1}^{n_c}\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_{q_j}\partial_{q_k}} \tag{1.12}$$

Se introduc următoarele notații:

$$J_q \cdot \dot{q}=\frac{\partial \Phi}{\partial t}\xrightarrow{notam} „v” \tag{1.13}$$

$$J_q \cdot \ddot{q}=-J_{[J_q \cdot \dot{q}]}\dot{q}-2\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_{q_j}\partial_t}-\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial_{q_j}\partial_t^2}\xrightarrow{notam} „a” \tag{1.14}$$

1.2 Modelarea dinamică a sistemelor mecanice mobile

1.2.1 Ecuaţiile de mişcare

Ecuaţiile de mişcare în formalismul Newton – Euler sunt:

$$\delta_q^T\left[M\ddot{q}-Q^a\right]=0 \tag{1.15}$$

unde: q - vectorul coordonatelor generalizate
M - matricea maselor
Q^a - matricea forţelor generalizate

Configuraţia cinematică a sistemului mecanic mobil, conduce la un sistem de ecuaţii de forma:

$$\Phi(q,t)=0 \tag{1.16}$$

Diferenţiem relaţia (1.16) în raport cu coordonatele generalizate q:

$$J_q\cdot\delta_q=0 \tag{1.17}$$

unde: J_q - matricea Jacobian considerată în raport cu coordonatele generalizate q, care satisfac ecuaţia (1.16)
δ_q- deplasări virtuale

Se aplică teorema multiplicatorilor lui Lagrange, care se formulează astfel:
Fie: - un vector „*c*” (vectorul constantelor, cu dimensiunea nx1),
- un vector „*x*” (vectorul variabilelor, cu dimensiunea nx1)
- matricea *A* (cu dimensiunea mxn).
Dacă se respectă condiţiile:

$$c^T\cdot x=0 \tag{1.18}$$

$$A\cdot x=0 \tag{1.19}$$

atunci exista $\lambda\ (m\times 1)$ astfel încât:

$$c^T.x+\lambda^T\cdot A\cdot x=0 \tag{1.20}$$

Se observă o analogie între relaţia (1.15) și (1.18), respectiv între (1.17) şi (1.19). Conform teoremei multiplicatorilor lui Lagrange (relaţia 1.20), putem scrie:

$$\delta_q^T\left[M\ddot{q}-Q^a\right]+\lambda^T\cdot J_q\cdot\delta_q=0 \tag{1.21}$$

$$\delta_q^T\left[M\ddot{q}-Q^a\right]+\delta_q^T\cdot J_q^T\cdot\lambda=0 \tag{1.22}$$

$$M\ddot{q}-Q^a+J_q^T\cdot\lambda=0\Leftrightarrow M\ddot{q}+J_q^T\cdot\lambda=Q^a \tag{1.23}$$

Notăm: $J_q \cdot \ddot{q} = a$ (1.24)

Relaţiile (1.23) şi (1.24) se pot scrie sub forma:

$$\begin{bmatrix} M & J_q^T \\ J_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^a \\ a \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Relațiile (1.25) reprezintă ecuaţiile de mişcare in formalismul Newton-Euler, completate cu metoda multiplicatorilor lui Lagrange.

1.2.2 Analiza dinamică inversă a sistemelor mecanice mobile

Dacă la setul de ecuaţii de constrângeri cinematice impuse de cuple se adaugă setul de ecuaţii impuse de constrângerile conducătoare, vom avea:

$$\Phi(q,t)=0 \quad (1.26)$$

Numărul constrângerilor conducătoare este egal cu numărul gradelor de libertate ale sistemului mecanic. În acest caz, sistemul este cinematic determinat, iar Jacobianul corespunzător relaţiei (1.26) este pătratic și nesingular.

$$\left|J_q(q,t)\right| \neq 0 \quad (1.27)$$

Din ecuațiile (1.27), putem scrie:

$$M\ddot{q} + J_q^T \lambda = Q^a \quad (1.28)$$

Din relația (1.28) se determina multiplicatorii lui Lagrange, astfel:

$$\lambda = [J_q]^{-1} [Q^A - M\ddot{q}] \quad (1.29)$$