Liana-Simona Sbîrnă   Sebastian Sbîrnă

Simetria combinațiilor complexe - de la intuiție la formalism matematic

Volumul I: Considerații teoretice, exemplificări și exerciții rezolvate

EDITURA UNIVERSITARIA
Craiova, 2024

Referenți științifici:
Conf. univ. dr. habil. Maria-Magdalena BOUREANU
(Universitatea din Craiova – Domeniul: Matematică)
Conf. univ. dr. Clementina-Sabina MOLDOVAN
(Universitatea din Petroșani – Domeniul: Chimie)

Redactor:
Ing. Pompiliu Mihail DEMETRESCU
(Universitatea din Craiova – Editura Universitaria)

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
SBÎRNĂ, LIANA-SIMONA
Simetria combinațiilor complexe – de la intuiție la formalism matematic
Volumul I: Considerații teoretice, exemplificări si exerciții rezolvate /
Liana-Simona Sbîrnă, Sebastian Sbîrnă. - Craiova: Universitaria, 2024

Conţine bibliografie și web-grafie.
ISBN: **978-606-14-2052-0**
ISBN Vol. I (2024): **978-606-14-2053-7**

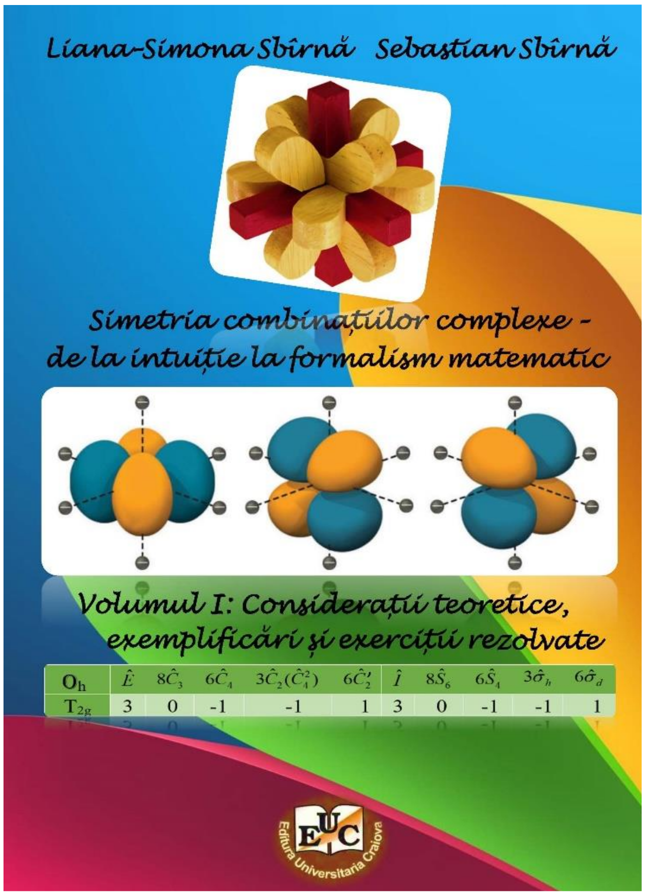
I. Sbîrnă, Sebastian

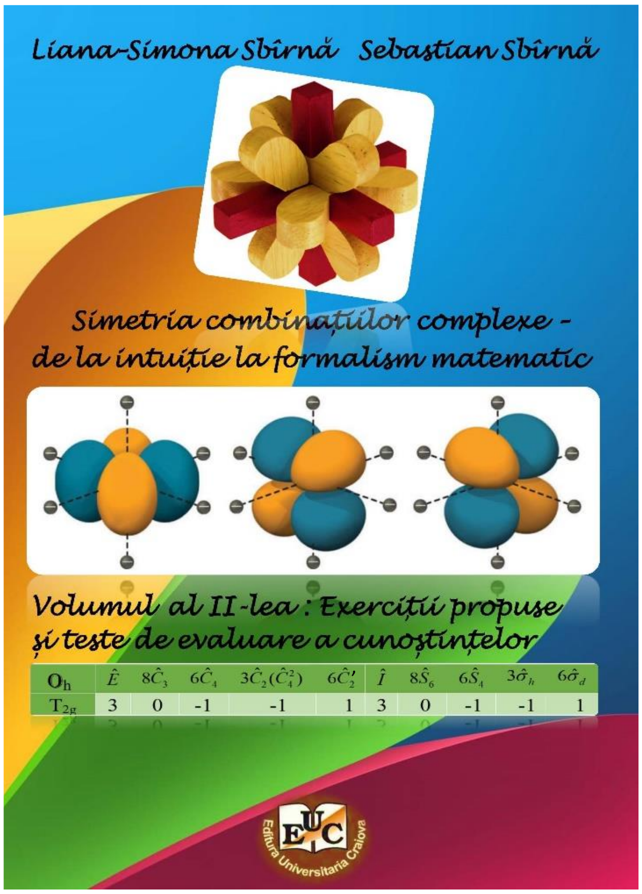
Aceste câteva gânduri,
inspirate de diversitatea și perfecțiunea
simetriei pe care Dumnezeu a lăsat-o,
din microcosmos până în macrocosmos,
le dedicăm, cu adâncă recunoștință, memoriei
unui „stâlp de rezistență” al familiei noastre,
Părintelui ctitor, paroh și duhovnic
ILIE GROSU (31.03.1909 - 06.12.1986)

Trecând fluent de la informal la formal și fiind foarte bogat ilustrată, cartea nu se dorește a fi una riguros științifică și nici nu este suportul vreunui curs universitar anume, deși ea poate fi utilă - ca o „extindere” - pentru studenții Facultății de Științe, de la Departamentele de Chimie și Fizică, în scopul aprofundării noțiunilor științifice legate de simetrie pe care aceștia le studiază.

Așadar, conținutul cărții nu se adresează exclusiv studenților, ci oricărei persoane care îndrăgește matematica și, în același timp, este fascinată de natură, căutând să identifice într-o măsură cât mai mare cu putință legătura indestructibilă (desi nu totdeauna foarte evidentă) dintre simetria pe care o găsim pretutindeni (împrejurul nostru și chiar în noi) și legile, aparent aride, ale matematicii.

Cartea este structurată în două volume. Acest prim volum al cărții cuprinde considerații teoretice generale (necesare înțelegerii tuturor subiectele abordate – într-o ordine logică), susținute de exemplificări și urmate de exerciții rezolvate, menite să ajute la o cât mai bună înțelegere a cunoștințelor. Pentru aprofundarea, fixarea și consolidarea acestora, cel de al doilea volum al cărții va oferi seturi de exerciții propuse (însoțite de indicații și răspunsuri), precum și teste de evaluare a cunoștințelor fiecărui capitol în parte (evident, urmate de bareme de corectare și notare).

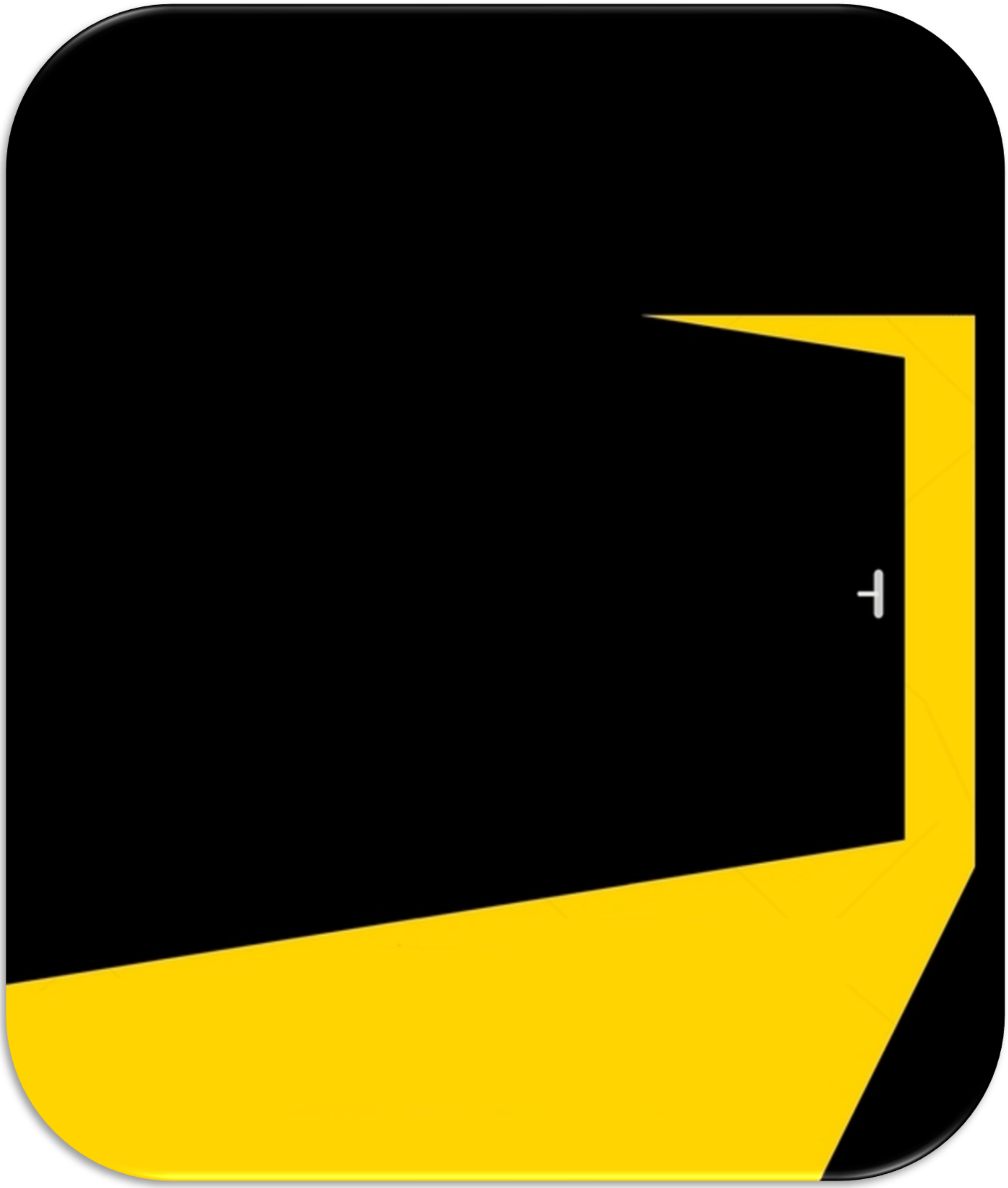




Autorii vor fi recunoscători tuturor cititorilor care, prin observații și sugestii (trimise la adresa de e-mail: s.sbirna@gmail.com), vor contribui la îmbunătățirea conținutului cărții, în vederea unei eventuale reeditări sau chiar traduceri a acesteia într-o limbă de circulație internațională.

Introducere

ÎNȚELEGEREA INTUITIVĂ A SIMETRIEI COMBINAȚIILOR COMPLEXE



CONSIDERAȚII TEORETICE GENERALE

Noțiunea de „simetric” – la nivel intuitiv

Noțiunea de „simetric” preexistă cumva în mintea noastră, cu mult înainte de a o întâlni și asimila într-un cadru instituționalizat.

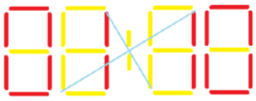
Undeva (într-un magazin de jucării), cândva (la sfârșitul mileniului trecut), un copil care încă nu împlinise trei ani retrăgea din coșul de cumpărături al părinților un ursuleț Panda de pluș, cu replica (uimitor de hotărâtă): „Mă duc să-l schimb; nu are ochii simetrici!” Apoi, același copil (care se pare că avea cumva „ștanțată” înțelegerea noțiunii de „simetric” în însăși... simetria ADN-ului său), la aceeași vârstă, aflându-se în fața unui covor persan, a clătinat din cap dezaprobativ, spunând: „Nu, e prea simetric!” „Cum adică „simetric”, ce înțelegi prin asta?” – l-am întrebat. „E la fel în toate colțurile, se repetă modelul, nu vreau așa!”

Atunci am înțeles cât de familiară, dar și cât de ambiguă, este noțiunea de „simetric” în mintea noastră, încă din fragedă pruncie, și, prin urmare, cât ar fi de interesant să o „ancorăm” într-un context științific, pentru dezambiguizare.

Așa a apărut – la sfârșitul mileniului trecut – prima noastră carte despre simetrie.

Am revenit asupra importanței dezambiguizării noțiunii de „simetrie” din mentalul colectiv (și, implicit, a „flexibilizării” minții prin diverse exemple și contraexemple ingenioase) atunci când acel copil – despre care am amintit în debutul cărții – avea să piardă, câțiva ani mai târziu, șansa unui loc într-o tabără de vară oferită de organizatorii unui concurs de matematică distractivă, pentru că a avut două „impardonabile”... „greșeli”...

O primă problemă le cerea copiilor să spună de câte ori este „simetric față de centru”, între orele unu noaptea și șase dimineața, afișajul unui ceas electronic care arată la miezul nopții patru cifre „zero” dreptunghiulare. Răspunsul pe care copilul îl indicase fusese: „de două ori” (adică la 02:50 și la 05:20). Răspunsul indicat de organizatori era însă: „de trei ori” (pentru că ei număraseră și 01:10, ceea ce – în mod evident – este eronat)!



Afișaj al orei care nu este simetric față de centrul ecranului

O a doua problemă întreba „câte axe de simetrie și câte plane de simetrie are un romb”, iar răspunsul indicat ca fiind corect era „două”/„unul”; copilul răspunsese „trei”/ „trei” și întrebând, ulterior, corectorii de ce axa care „înțeapă” rombul în centrul său (și în jurul căreia rotindu-l – astfel încât „stânga” să devină „dreapta” și reciproc) nu ar fi o axă viabilă, a primit răspunsul evaziv: „Păi... da, ar părea o *simetrie de rotație*, dar este *simetrie față de centru*”... iar despre plane – „Este un singur plan (al său), celelalte nu sunt plane, ci *axe de reflexie*”. Asupra acestor sintagme ambigue sau *non*-sens se va reveni.

Așadar, într-o lume tetradimensională (și care tinde chiar, din ce în ce mai acut, să-și dovedească multidimensionalitatea), uneori copiii noștri sunt îndemnați – și chiar stimulați – să gândească bidimensional... Și noi toți, de asemenea...

Or, totuși, cu siguranță, există mulți între dumneavoastră care și-ar dori să nu privească lumea din jur în doar două dimensiuni, ci să priceapă mult mai adânc structura materiei, secretele din spatele acesteia, pentru a nu trece, pur și simplu, prin viață ca un tren de mare viteză prin micile halte rurale... Acelora le este dedicată această carte.

Exemple de „simetric” identificabile *a priori*

Înțelegând, din start, prin „simetrie”... o regularitate pe care – în lipsa unei baze științifice – nu o putem clar defini, constatăm că putem identifica *a priori* nenumărate exemple de „simetric”.

„A fi simetric” implică, în majoritatea covârșitoare a cazurilor – a fi frumos, plăcut, atrăgător de privire.

Câte exemple de simetrie ne sunt oferite de natură? Fără îndoială, miriade de exemple (nu miliarde, ci cu mult mai mult decât atât)! Din macrocosmos și până în microcosmos. De la inelele lu Saturn și până în ADN-ul nostru. Suntem în continua lor căutare și descoperire, fără a avea pretenția că le-am putea, vreodată... nu epuiza, ci măcar estima numeric!

Vă sugerăm, mai jos, doar câteva: de la aripile fluturelui până la petalele celor mai multe dintre flori, de la frunzele de aloe spiralată până la „costumul” haios al unui pește clovn, de la penele păunului până la coarnele cerbului, de la fulgul de zăpadă până la chipul uman...

Uimitoarea simetrie prezentă în natură

La rândul lui, omul a căutat, din cele mai vechi timpuri – și cu atât mai mult caută astăzi – să înțeleagă simetria naturală și să o transpună în construcții și în diverse obiecte.

Astfel, găsim exemple de simetrie începând de la străvechile piramide din Giza până la modernele piramide de la muzeul Luvru, de la turnul Eiffel până la turnul din Malmö, de la poarta Torii până la poarta Brandenburg, de la măreția unei catedrale până la discreția unei delicate biserici de lemn străjuite de o înmiresmată boltă de iasomie...

Construcții simetrice realizate de-a lungul timpului

Și mai găsim exemple de simetrie într-o serie întreagă de obiecte pe care omul le-a creat, începând de la străvechi podoabe sau obiecte de cult descopeite în siturile arheologice până la diverse opere de artă și decorațiuni moderne, de la caroseriile avioanelor sau mașinilor până la inteligenții și simpaticii roboți umanoizi, dispuși să ajute...

Obiecte simetrice realizate de-a lungul timpului

„Simetric”/„asimetric”

Așa cum afirmam anterior, chiar fără a fi experţi în ştiinţe exacte, cu toţii avem o reprezentare intuitivă a cuvântului „simetrie”.

Privind figura de mai jos, chiar şi un preşcolar ar putea răspunde corect la întrebarea: „Sunt simetrice fotoliile pe care le vezi?” – observând că, dacă se „aşează”, mental, într-unul dintre ele, „stă confortabil”, corpul lui însuşi putând fi dispus „simetric” în oricare dintre ele (fotoliile nu au, spre exemplu, câte un braţ în dreapta, dar nu şi în stânga). Este însă nevoie de discernământul unui adult instruit pentru a răspunde corect la întrebarea: „Este simetric sau asimetric (adică lipsit de orice simetrie) ansamblul fotoliilor pe care le vezi?” – observând că, dacă se „reflectă”, mental, ansamblul celor trei fotolii în planul care îl „străbate simetric” pe cel din mijloc, se obţine altceva: fotoliul din stânga imaginii ar deveni roşu, iar cel din dreapta ar deveni verde!

Ansamblu „asimetric” de obiecte „simetrice”

De asemenea, privind următoarele două candelabre, încă din copilărie am fi putut răspunde fără ezitare la întrebarea „Care dintre ele este simetric?”. Totuşi, numai o analiză atentă şi amănunţită, fundamentată teoretic, ne va permite să precizăm că, în timp ce primul candelabru are mai multe plane de simetrie, precum şi o axă proprie de simetrie, cel de-al doilea nu are niciun element de simetrie – deci va fi numit „asimetric”.

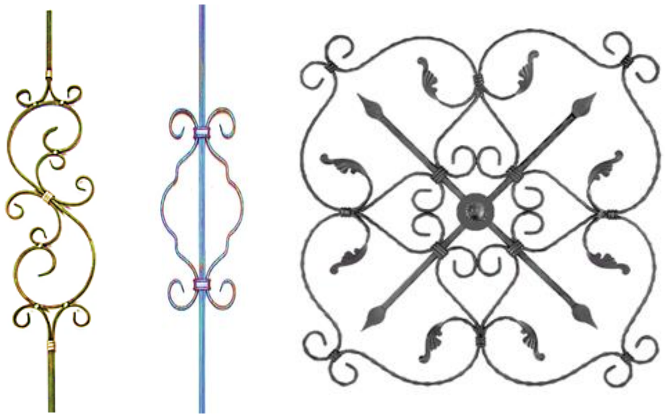
„Simetric” / „asimetric”

În principiu, la nivel intuitiv, ar trebui să înțelegem ca fiind „simetric” un obiect asupra căruia cineva ar putea efectua o acțiune (alta decât aceea de a... îl lăsa pe loc) în timp ce noi nu îl „supraveghem”, astfel încât, ulterior, să nu ne putem da seama de acest lucru, deși noi știam exact cum și unde lăsaserăm acel obiect! O astfel de acțiune va fi denumită deocamdată, impropriu, „operație/transformare permisă”, urmând ca, în tratarea științifică, să se numească „operație/transformare de simetrie”. Vom relua această definiție, cu clarificări/adapare la terminologia științifică, în primul capitol al cărții.

„Simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric”

„Mai simetric” ar însemna, intuitiv… cu mai multe „operații permise”.

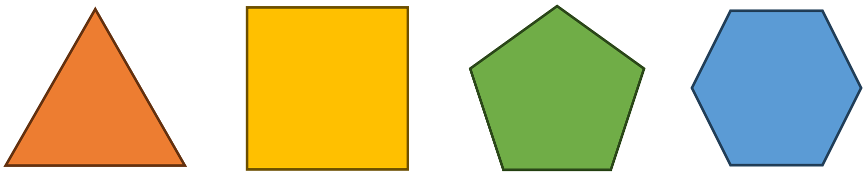
Privind figura următoare, care prezintă trei elemente din fier forjat, am putea afirma *a priori* că „primul este simetric”, dar, în comparație cu primul, „cel de al doilea este mai simetric”, iar „cel de al treilea este și mai simetric”, pentru că, trecând de la primul la al doilea și apoi la al treilea, apar tot mai multe „operații permise”. Desigur, evaluarea și apoi ordonarea se realizează deocamdată intuitiv, până la identificarea mulțimii „operațiilor permise” pentru fiecare obiect în parte și compararea acestora – cu posibilitatea de a constata, riguros, corectitudinea afirmațiilor de mai sus. Asupra acestui exemplu se va reveni (cu iterarea sa în termeni specifici abordării științifice).



„Simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric”

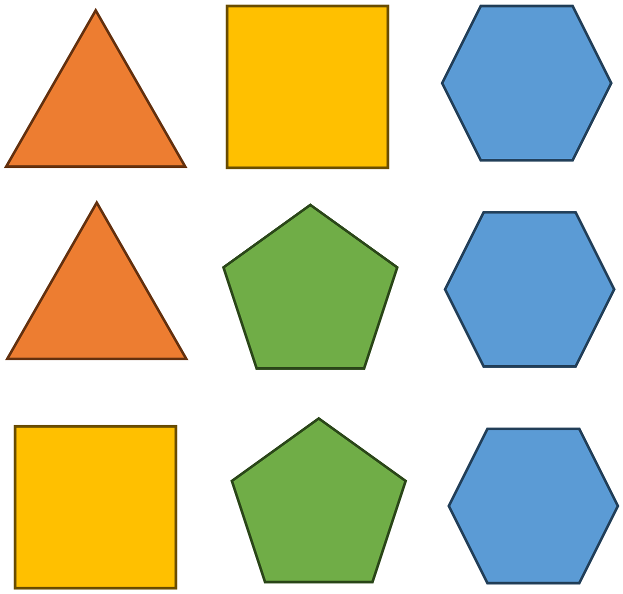
În cazul de față, ierarhizarea s-ar putea face chiar pe baza incluziunii mulțimii „operațiilor permise” ale primului obiect în mulțimea „operațiilor permise” ale celui de al doilea, și apoi a incluziunii mulțimii „operațiilor permise” ale celui de al doilea obiect în mulțimea „operațiilor permise” ale celui de al treilea; totuși, o astfel de incluziune este suficientă, dar nu și necesară pentru realizarea unei ierarhii de acest tip, așa cum se poate vedea din următorul exemplu simplu (în care incluziunea nu se realizează)!

Un hexagon regulat este mai simetric decât un pentagon regulat, care este mai simetric decât un pătrat, și care, la rândul său, este mai simetric decât un triunghi echilateral. Totuși, doar mulțimea „operațiilor permise” ale triunghiului echilateral este inclusă (întâmplător) în mulțimea „operațiilor permise” ale hexagonului regulat, dar celelalte nu sunt incluse!



„Simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric” – „încă și mai simetric”

Așadar, dubla incluziune a mulțimilor „operațiilor permise” nu se realizează pentru niciunul dintre „lanțurile”: „simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric” de mai jos (toate având ca vârf al ierarhiei hexagonul regulat):

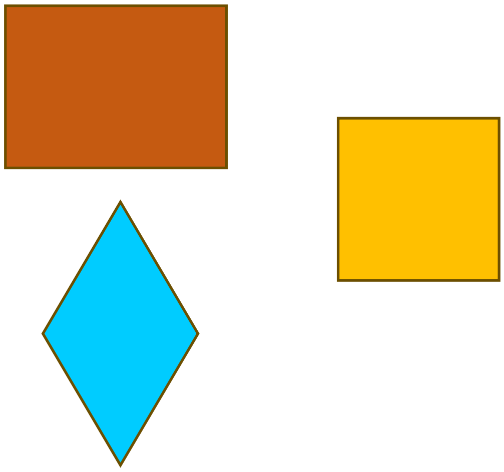


Trei serii de: „simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric”

În exemplele precedente, ordonarea după simetrie a fost foarte firească și, prin urmare, extrem de simplu de realizat.

Totuși, la nivel pur intuitiv, o astfel de ierarhie nu se poate stabili întotdeauna. Iată un exemplu simplu în care intuiția nu este suficientă, făcându-se simțită nevoia de a ne sprijini pe argumente științifice în luarea deciziei: un pătrat este mai simetric decât un dreptunghi (evident, întrucât pătratul este un dreptunghi cu toate laturile egale); dar un pătrat este mai simetric și decât un romb (de asemenea evident, întrucât pătratul este un romb cu toate unghiurile egale); acum apare întrebarea: „Care este ordonarea corectă de tip „simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric”: romb – dreptunghi – pătrat, dreptunghi – romb – pătrat sau niciuna dintre acestea două nu este corectă?”...

Întrucât încă nu putem răspunde acum, asupra acestui exemplu se va reveni – atât în paragraful următor (deocamdată doar cu răspunsul), cât și în capitolul al șaselea (în contextul înțelegerii științifice a simetriei).



Un exemplu în care nu se poate realiza ordonarea *a priori* a simetriilor

Am putea identifica și mai ușor exemple de ierarhizare crescătoare sau descrescătoare a simetriilor dacă le-am construi chiar noi, propriu-zis, prin „upgrade” sau, respectiv, prin „downgrade” de simetrie.

În cele ce urmează, vom da câte un exemplu de cum am putea proceda.

Fie un tetraedru regulat care are lipite, pe toate fețele, stickere colorate uni (de tip Pyraminx 1x1). Vom înlocui, pe rând, câte un singur sticker, crescând simetria corpului.

Tetraedru regulat cu stickere colorate uni pe toate fețele (de tip Pyraminx 1x1)

Dacă ne imaginăm că fețele pe care nu le vedem sunt una roșie (în spate) și alta albastră (jos), corpul este „asimetric”. Dacă, apoi, ne imaginăm că înlocuim stickerul roșu cu unul galben, deci fețele pe care nu le vedem în figură sunt una galbenă și alta albastră, corpul devine „simetric”. Iar dacă, mai apoi, ne imaginăm că mai înlocuim și stickerul albastru cu unul verde, corpul devine „mai simetric”, având două fețe galbene și două verzi. Dacă, în final, ne imaginăm că înlocuim stickerul verde aflat jos cu unul galben, având acum trei fețe galbene, corpul ar fi „și mai simetric”. Am realizat, astfel, un „upgrade” de simetrie fără a modifica „fotografia” corpului dinspre observator (cum se arată mai jos).

A B C D

„Upgrade”: „asimetric” – „simetric” – „mai simetric” – „și mai simetric”:

A) tetraedru regulat cu o față galbenă, una verde, una roșie și una albastră;

B) tetraedru regulat derivat din A, prin înlocuirea stickerului roșu cu unul galben;

C) tetraedru regulat derivat din B, prin înlocuirea stickerului albastru cu unul verde;

D) tetraedru regulat derivat din C, prin înlocuirea unui sticker verde cu unul galben

Să exemplificăm acum și un „downgrade”, similar, de simetrie. Anume, fie acum un cub care are lipite, pe toate fețele, stickere colorate uni (de tip cub Rubik 1x1x1). Vom înlocui, pe rând, câte un singur sticker, scăzând simetria corpului.

Cub cu stickere colorate uni pe toate fețele (de tip cub Rubik 1x1x1)

Dacă, la început, ne imaginăm că fețele pe care nu le vedem în figură au stickere colorate exact ca și fețele opuse (deci fața de jos este roșie, cea din spate stânga este galbenă, iar cea din spate dreapta este verde), corpul este „simetric”. Dacă, apoi, ne imaginăm că – față de descrierea precedentă – înlocuim stickerul verde din spate dreapta cu unul galben (adică fața de jos rămâne roșie, iar cele din spate devin ambele galbene), corpul ar deveni „mai puțin simetric”. Dacă, mai apoi, ne imaginăm că acestui corp îi înlocuim stickerul galben din spate stânga cu unul albastru, corpul ar deveni „și mai puțin simetric”. Iar dacă, în final, ne imaginăm că înlocuim și stickerul roșu de jos cu unul albastru, corpul ar deveni „asimetric”. Am realizat, astfel, un „downgrade” de simetrie fără a modifica „fotografia” corpului (cum se arată mai jos).

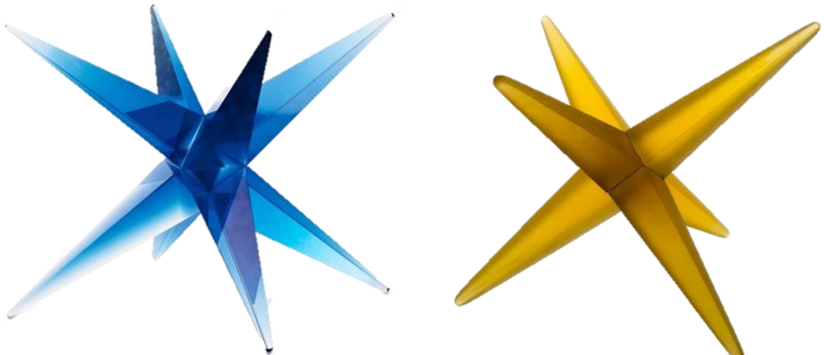
A B C D

„Downgrade”: „simetric” – „mai puțin simetric” – „și mai puțin simetric” – „asimetric”:
A) cub cu toate fețele opuse colorate identic;
B) cub derivat din A, prin înlocuirea stickerului galben din spate stânga cu unul roșu;
C) cub derivat din B, prin înlocuirea stickerului verde din spate dreapta cu unul galben;
D) cub derivat din C, prin înlocuirea stickerului roșu de jos cu unul verde

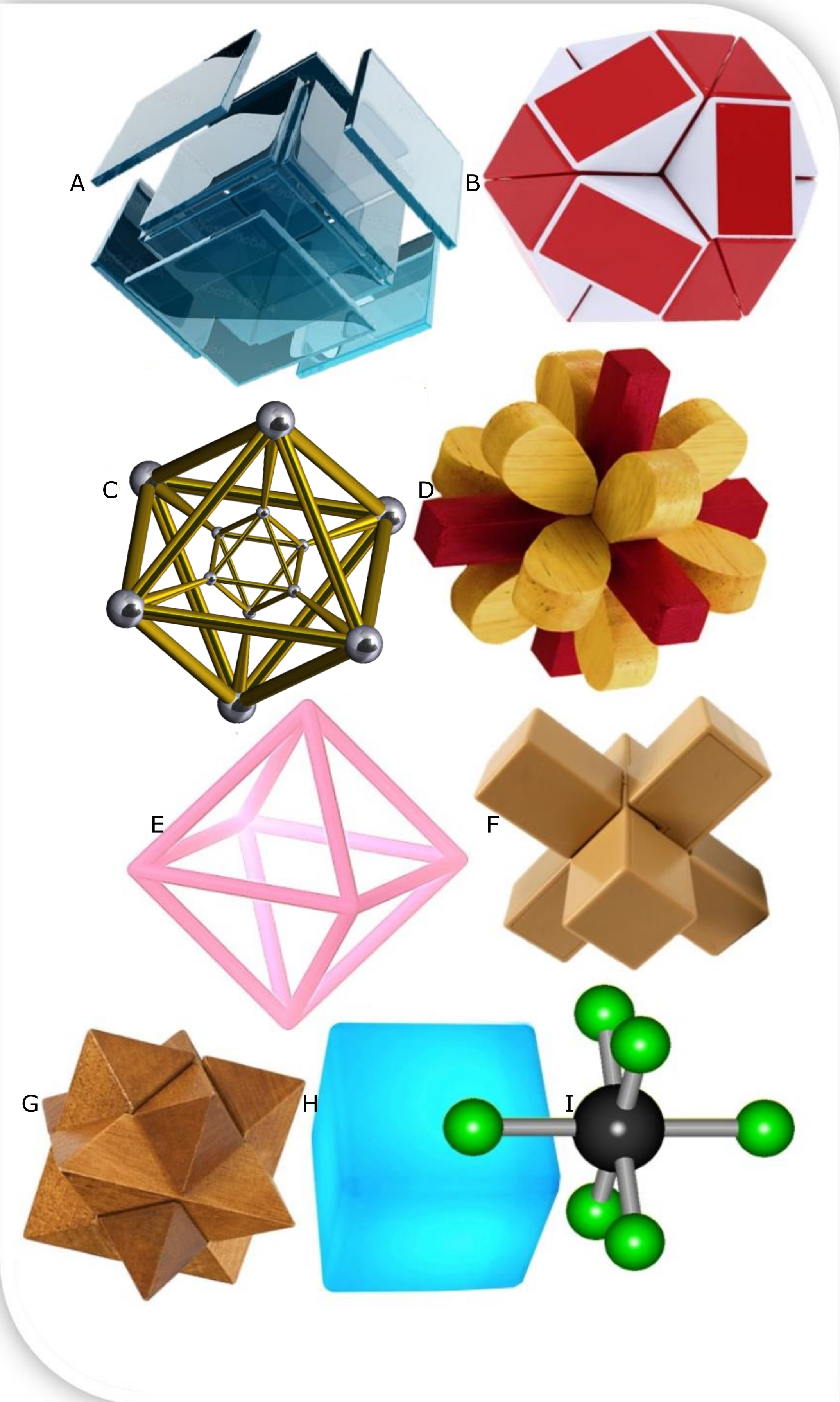
Asupra acestor două șiruri de exemple se va reveni, mai întâi pentru a se găsi analogii cu alte corpuri, apoi cu molecule oarecare și, respectiv, cu molecule ale unor combinații complexe, iar ulterior (în capitolul al șaselea) pentru a se identifica, efectiv, pentru fiecare dintre corpurile care au fost descrise, grupurile lor de simetrie, pentru a argumenta științific ordonarea lor.

„Simetric” – „la fel de simetric”

„La fel de simetric” ar însemna, intuitiv… cu tot atâtea (și, chiar mai mult, cu aceleași) „operații permise”. Să privim „steaua cu opt colţuri” și „steaua cu șase colţuri” de mai jos (aparţinând designerului finlandez Oiva Toikka), „la fel de simetrice”, încercând să găsim și alte corpuri „la fel de simetrice” precum acestea.

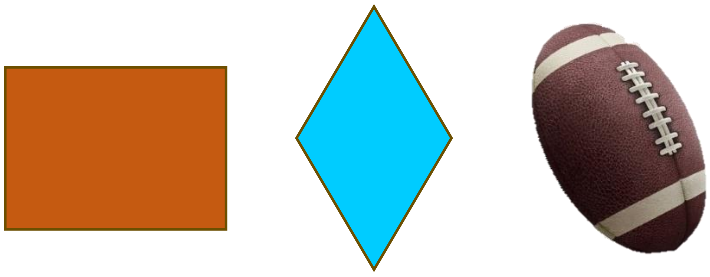


„Steaua cu opt colţuri” și „steaua cu șase colţuri” aparţinând designerului Oiva Toikka (surse: [Oiva-Toikka’s-eight-verticed-star](), [Oiva Toikka’s-six-verticed-star]())



Corpuri „la fel de simetrice” ca și „stelele” cu opt și cu șase colţuri ale lui Oiva Toikka

Un dreptunghi și un romb sunt „la fel de simetrice” (este răspunsul – deocamdată nefundamentat științific) – la dilema din paragraful precedent. Mai mult, ele sunt „la fel de simetrice” cu multe alte obiecte – spre exemplu cu... o minge clasică de rugby!



Un dreptunghi, un romb și... o minge clasică de rugby sunt „la fel de simetrice”

În acest context, am putea să încercăm să verificăm, pur intuitiv, pentru care dintre următoarele perechi de mingi introducerea unei a doua culori nu a afectat simetria. Altfel spus – pentru care dintre aceste perechi mingile sunt „la fel de simetrice”?

Minge monocoloră/bicoloră de baschet;
minge monocoloră/bicoloră de tenis;
minge monocoloră/bicoloră de volei;
minge monocoloră/bicoloră de volei de plajă

Pentru a treia pereche, mingile sunt „la fel de simetrice”. Vom reveni cu explicații.

Pentru unele dintre aceste figuri/obiecte, similitudinea de simetrie este evidentă, dar pentru altele este foarte greu să fim siguri, *a priori*, de corectitudinea afirmației că ele sunt „la fel de simetrice”. Acesta este motivul pentru care va fi imperios necesar să identificăm un fundament științific pentru a valida o astfel de prezumție.

Exemple de înțelegere intuitivă greșită a noțiunii de „simetric”

Încă din prima parte a introducerii cărții, am dat deja exemple grave de înțelegere intuitivă greșită a noțiunii de „simetric”. De bună seamă, nu le vom relua.

De multe alte ori, apelându-se doar la intuiție, înțelegerea conceptelor prezentate anterior („asimetric”, „simetric”, „mai simetric”, „la fel de simetric”) poate fi deformată.

Un prim motiv este acela că se face adesea abstracție – evident, nejustificată – de diferențele de formă.

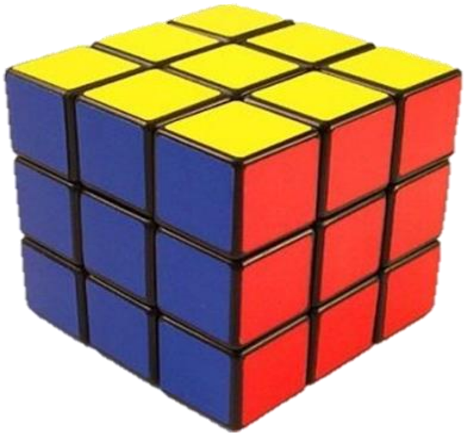
Spre exemplu, să comparăm cele trei gantere de mai jos.

Set de trei gantere ale căror simetrii trebuie comparate *a priori*

Categoric, ele nu au, toate, aceeași simetrie (deși am întâlnit multe opinii contrare). Anume, ultima este cea mai simetrică, iar cea de a doua, deși pare a avea aceeași simetrie cu aceasta, este, de fapt, clar mai puțin simetrică, din cauza detaliilor sale constructive: niturile sunt dispuse în formă de hexagon, iar piulița roșie este tot hexagonală, ceea ce face ca simetria acestei gantere să fie coincidentă cu a primeia, nu cu a celei de a treia!

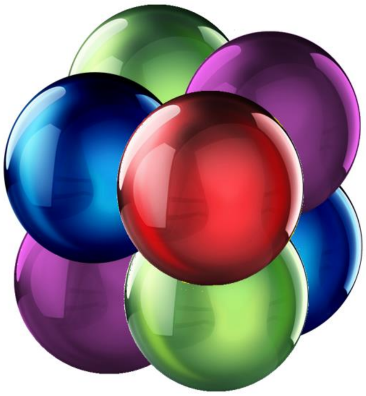
Un alt motiv de eroare este acela că se face abstracție – tot nejustificată, desigur – de diferențele de culoare.

Spre exemplu, am întâlnit de multe ori opinia că un cub Rubik clasic (nou sau rezolvat) ar fi un obiect de simetrie remarcabilă, însă, din păcate pentru cei dispuși să afirme precipitat acest lucru, acesta face parte chiar din mulțimea celor mai puțin simetrice obiecte posibile, mai exact a obiectelor... asimetrice!



Un cub Rubik clasic (nou sau rezolvat) este un obiect... „asimetric”!

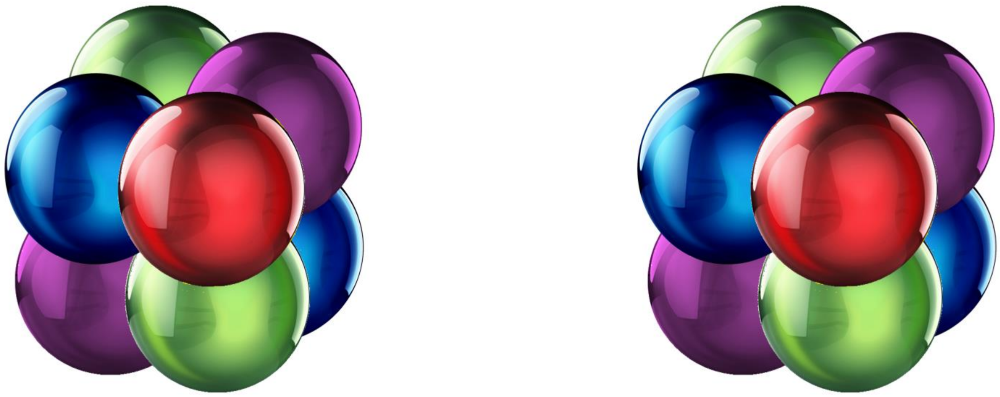
O altă posibilă sursă de erori este tendința nejustificată de a presupune că un obiect este simetric fără a avea toate datele în acest sens, pentru că mintea umană este „programată” – se pare – să „completeze” locurile rămase libere în informația care îi este furnizată în cea mai favorabilă manieră posibilă. Spre exemplu, privind imaginea de mai jos, a unui cub realizat din globuri, la întrebarea: „Ce culoare are globul pe care nu îl putem vedea?”, cel mai frecvent răspuns obținut a fost „roșu”.



Cub realizat din globuri – „simetric” sau „asimetric”?

Agravarea erorii se produce atunci când simetria este „detectată”, dar nu poate fi explicitată. În exemplul descris mai sus, am întrebat apoi: „Bine, presupunând că este roșu, este acest cub simetric?” După o analiză sumară, cel mai frecvent răspuns a fost: „Nu”. Am atras atenția: „Totuși, ați spus că este roșu dintr-un motiv, chiar dacă nu l-ați conștientizat clar”. Și, imediat, a urmat întrebarea-capcană: „Dacă în loc de a fi roșu, acel glob ar fi argintiu, s-ar pierde din simetrie?” – iar răspunsul a fost: „Da”. „Cum așa? Dacă la început, având „globul ascuns” roșu, afirmaserăți că nu este simetric, cum atunci s-ar putea pierde din simetrie prin înlocuirea globului roșu cu un glob argintiu?”

Vă lăsăm și pe dumneavoastră să gândiți de ce este cubul „simetric” în primul caz și „asimetric” în cel de al doilea, deși răspunsul nu este evident (cu promisiunea că se va reveni și asupra acestui exemplu).



Cuburi realizate din globuri:
„simetric” (cu „globul ascuns” roșu) și... „asimetric” (cu „globul ascuns” argintiu)

Un exemplu analog este și următorul: despre leagănul-cuib prezentat în figura următoare, aproape unanim, repondenții la întrebarea „Este acesta simetric?” au optat pentru varianta „Nu”, completată cu motivația: „din cauza celor două cabluri aparente”. Și a urmat o întrebare-capcană similară: „Dacă am agăța un balon de unul dintre aceste cabluri, s-ar pierde din simetrie?” Răspunsul – unanim – a fost: „Da”. „Cum așa? Dacă afirmați că la început leagănul nu era simetric, atunci cum s-ar putea pierde din simetrie?”

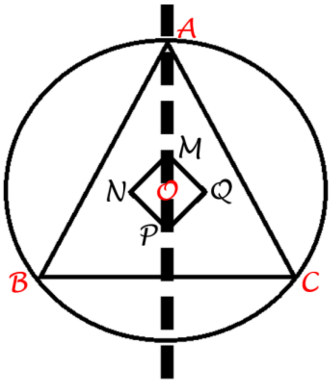
Leagăn-cuib - Vinci-play (fără și apoi cu un balon agățat de unul dintre cablurile aparente)

Vă lăsăm și pe dumneavoastră să gândiți de ce este leagănul-cuib „simetric” în primul caz și „asimetric” în cel de al doilea, deși, nici de data aceasta, răspunsul nu este chiar evident (din nou, cu promisiunea că se va reveni și asupra acestui exemplu).

Pentru a înțelege cât de „alunecoasă” poate fi luarea unei decizii privind simetria unui corp doar pe baza intuiției și observațiilor făcute *grosso modo*, să prezentăm, în final, încă două exemple, tot de la... locul de joacă!

Despre caruselul cu trei locuri prezentat mai jos – destinat copiilor foarte mici – se afirmă aproape unanim, cu o (aproape) absolută siguranță, că este „simetric”, având simetria unui triunghi echilateral. Totuși, la o analiză riguroasă și amănunțită, această afirmație este falsă, din cauză că baza sa este o placă metalică de forma unui... pătrat! Așadar, caruselul nu este doar „mai puțin simetric” decât un triunghi echilateral, ci este chiar „asimetric” în majoritatea timpului în care se rotește, având, în cursul unei rotații complete, doar... șase momente în care este „simetric”!

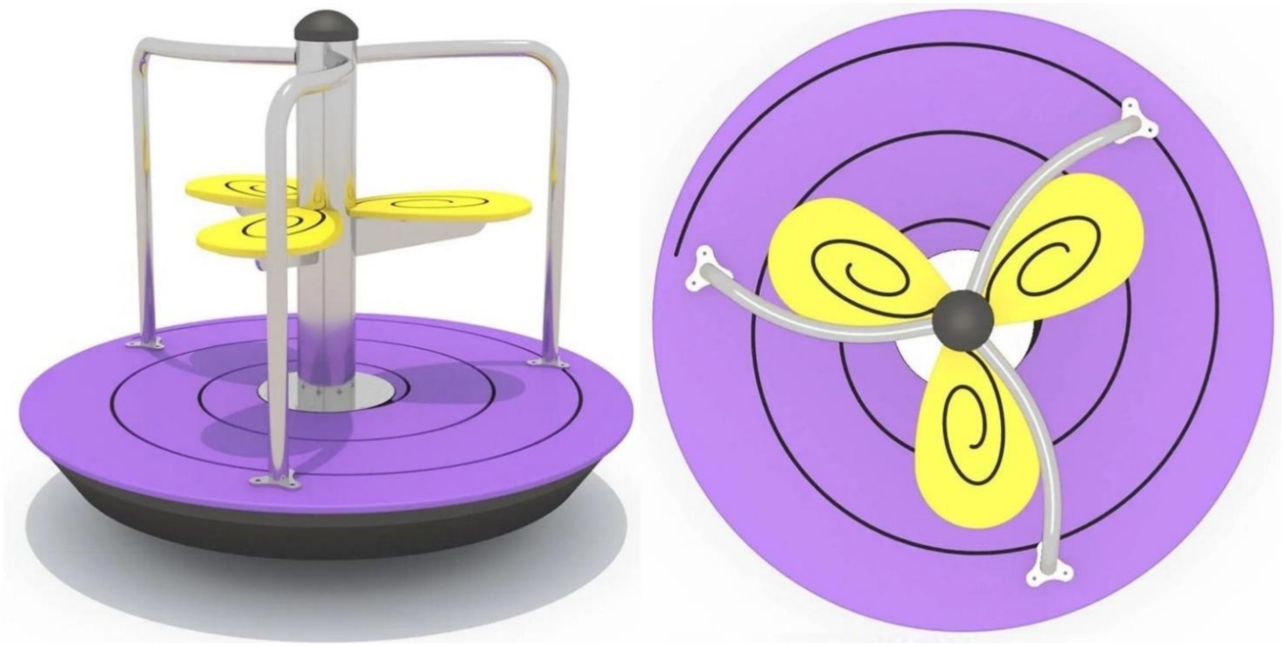
Carusel cu trei locuri - Vinci-play - care este... „mai puțin simetric” decât pare!



Schemă pentru analiza simetriei caruselului de mai sus

Pentru conformitate, să notăm cu A, B, C vârfurile triunghiului echilateral, al cărui centru este O, și cu M, N, P, Q vârfurile pătratului, al cărui centru este O′ (acest din urmă punct nu a fost notat pe figură, el fiind „eclipsat” de O). Caruselul este „simetric” atunci când – precum în schemă – punctele A, O, O′, M și P sunt coplanare, deci unghiul diedru determinat de planele (AOO′) și (OMP) este 0, și va redeveni „simetric”, în cursul unei rotații complete, atunci când vor fi coplanare punctele: A, O, O′, N și Q; B, O, O′, M și P; B, O, O′, N și Q; C, O, O′, M și P; C, O, O′, N și Q – deci atunci când unghiul diedru determinat de planele (AOO′) și (OMP) va avea valorile: $\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}+\frac{\pi}{2}$.

Și acum, să dăm un ultim exemplu, referitor la un carusel-elice cu trei locuri (asupra căruia se va reveni în cadrul cărții, atunci când se va studia conceptul de „chiralitate”):



Carusel-elice cu trei locuri - Vinci-play - care, deși pare „simetric”, este... „asimetric” (privire laterală / privire de sus)

Acest carusel pare „simetric”, întrucât, în cursul unei rotații complete, se pare că există două „operații permise” (în accepțiunea noastră anterioară); altfel spus, se pare că există alte două poziții în care l-am putea aduce, prin rotație, fără ca un observator (care memorase poziția inițială) să își poată da seama. Totuși – nimic mai fals! Datorită spiralei desenate pe baza caruselului, observatorul poate să remarce, cu ușurință, faptul că partea metalică de la baza acestuia (care, desigur, posedă simetria intuită și descrisă mai sus) are unul dintre cele trei „piciorușe” în interiorul spiralei, un altul – chiar pe spirală, iar cel rămas – în exteriorul spiralei; așadar, fixându-și în minte poziția oricăruia dintre acestea, el poate evalua cu exactitate dacă (atunci când nu a fost prezent sau nu a fost atent) s-a efectuat o rotație a caruselului-elice (de unghi diferit de $2k\pi,\ k \in \mathbb{N}^*$).

În cele ce urmează, vom extinde discuția despre modul în care este perceput conceptul de simetrie în studiul structurilor moleculare, referindu-ne mai întâi la molecule simple și continuând apoi cu studiul structurilor unor combinații complexe (despre care se știe că preferă una dintre următoarele trei geometrii: de octaedru regulat, de tetraedru regulat sau plan-pătrată (noțiuni suplimentare referitoare la combinațiile complexe, din alte puncte de vedere decât cel al geometriei și implicit al simetriei lor, pot fi studiate din cărți de specialitate – între care și cea a noastră – sau de pe site-uri oficiale de profil).