

Dan Gabriel STĂNESCU
Mircea Emilian ARDELEANU

TEORIA
CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC

MANUAL UNIVERSITAR

pentru învățământ cu frecvență redusă



EDITRA UNIVERSITARIA
Craiova, 2021

Referenți științifici:

Prof.univ.dr.ing. Lucian Mandache - Universitatea din Craiova

Conf.univ.dr.ing. Nicolae Boteanu - Universitatea din Craiova

Copyright © 2021 Universitaria

Toate drepturile sunt rezervate Editurii Universitaria Craiova

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

STĂNESCU, DAN GABRIEL

Teoria câmpului electromagnetic : manual universitar pentru învățământ cu frecvență redusă / Dan Gabriel Stănescu, Mircea Emilian Ardeleanu. - Craiova : Universitaria, 2021

Conține bibliografie

ISBN 978-606-14-1784-1

I. Ardeleanu, Mircea-Emilian

537

Unitatea de învățare nr. 1

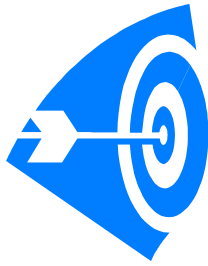
NOȚIUNI INTRODUCTIVE

Cuprins	Pagina
Obiectivele unității de învățare nr. 1.....	2
1.1. Clasificarea mărimilor fizice.....	2
1.2. Legi. Teoreme.....	4
1.3. Clasificarea regimurilor de funcționare ale dispozitivelor electromagnetice.....	4
Lucrare de verificare – unitatea de învățare nr. 1.....	5
Concluzii.....	5
Bibliografie – unitatea de învățare nr. 1.....	6



OBIECTIVELE unității de învățare nr. 1

Principalele obiective ale Unității de învățare nr. 1 sunt:



- Familiarizarea cu conceptele de teoremă, de lege.
- Înțelegerea modului în care se clasifică mărimile fizice.
- Înțelegerea modului în care se clasifică regimurile de funcționare ale dispozitivelor electromagnetice.

1.1 Clasificarea mărimilor fizice

Acest curs se adresează studenților din anul II de la specializarea Electromecanică cu Frecvență Redusă dar poate fi util și pentru studenții de la alte specializări ale Facultății de Inginerie Electrică, specializări care au în planul de învățământ discipline în care se studiază fenomene electromagnetice și aplicații ale acestora. Suportul teoretic de la care s-a plecat este cursul de Bazele Electrotehnicii, Partea I, prezentat în [1] precum și literatura de specialitate [2-9].

Cursul de față are ca scop familiarizarea studenților cu noțiuni de bază, terminologii privind câmpul electromagnetic și analiza acestuia în diferite regimuri de funcționare.

La baza producerii câmpurilor electrice, magnetice sau de interacțiune între acestea și corpuri stau o serie de fenomene electrice și magnetice. Aceste fenomene nu pot fi identificate și analizate în mod direct de către om, ci în mod indirect prin efectele lor secundare care pot să fie sub diferite forme: termic (încălzirea conductoarelor atunci când sunt parcurse de curent electric), mecanic (atragera sau respingerea unor corpuri), chimic (electroliza), etc. [1, 2].

În continuare se prezintă noțiuni fundamentale privind teoria câmpului electromagnetic [1-9].

De-a lungul timpului au fost elaborate mai multe teorii pentru studiul electromagnetismului.

Teoria macroscopică a câmpului electromagnetic pentru corpuri în repaus (care stă la baza teoretică a electrotehnicii) a fost elaborată de James Clerck Maxwell (1831-1879).

Acesta a publicat în anul 1873 o lucrare științifică intitulată „Tratat de electricitate și magnetism”.

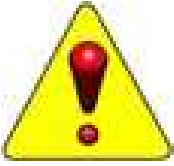
Teoria a fost completată ulterior de către Heinrich Hertz (1857-1894) pentru corpuri în mișcare.

Hendrik Lorentz (1853-1928) a dezvoltat teoria microscopică (teoria electronilor), care explică unele fenomene legate de încărcarea corpurilor cu sarcină electrică, magnetizarea sau polarizarea dielectricilor [1, 3].

A treia teorie privind studiul fenomenelor electromagnetice este teoria relativității, elaborată de Albert Einstein (1879-1955). Acesta a elaborat teoria relativității restrânse publicând în anul 1905 lucrarea intitulată „Asupra electrodinamicii corpurilor în mișcare”.

O altă teorie este teoria cuantică a câmpului electromagnetic (electrodinamica cuantică).

Pentru a studia și înțelege fenomenele electrice și magnetice trebuie introduse o serie de mărimi fizice specifice acestora.



Mărimile fizice: reprezintă entități matematice care se măsoară în raport cu o unitate de măsură. De asemenea acestea descriu o serie de proprietăți ale unui sistem din cadrul unei teorii fizice analizate.

Cu alte cuvinte se poate spune că o mărime fizică corespunde unei proprietăți fizice care poate fi determinată atât calitativ cât și cantitativ [9].

Mărimile fizice se clasifică astfel [1, 2]:

- ✓ După modul în care sunt introduse într-o anumită teorie:
 - primitive: introduse direct pe baza unor experimente (lungimea, masa, temperatura).
 - derivate: introduse printr-o relație de definiție pe baza mărimilor primitive (acelerația, energia cinetică).

- ✓ După tipul de mărime matematică:
 - scalare- mărimi care pot fi complet caracterizate de un număr și de o unitate (intensitatea curentului electric, tensiunea electrică).
 - vectoriale - mărimi caracterizate prin intensitate (modul), prin direcție și sens (intensitatea câmpului electric, intensitatea câmpului magnetic, inducția magnetică).
 - tensoriale (tensorul tensiunilor care apar într-un corp supus la deformare).

- ✓ În funcție de modul spațial de caracterizare a proprietăților:
 - locale: mărimi pentru caracterizarea proprietăților fizice într-un anumit punct.
 - globale: mărimi pentru caracterizarea proprietăților fizice pe o curbă (linie), suprafață sau pe un volum.

1.2 Legi. Teoreme

Legile fizice reprezintă afirmații descoperite în procesul de cunoaștere direct, prin experiment. În cadrul teoriei macroscopice există două categorii de legi: legi generale și legi de material. Legile generale s-au stabilit în urma unui proces de generalizare a unor rezultate cu caracter particular cunoscute, aceste legi au caracterul unor axiome (postulate) ele neputând fi demonstrate matematic. Legile de material se deosebesc de cele generale prin faptul că țin seama și de o serie de parametri de material. Legile de material apar numai în cadrul teoriei macroscopice.

Legile generale ale teoriei macroscopice sunt:

- legea fluxului electric
- legea legăturii dintre vectorii inducție electrică D , intensitatea câmpului electric E și polarizația P
- legea fluxului magnetic
- legea legăturii dintre vectorii inducție magnetică B , intensitatea câmpului magnetic H și magnetizația M .
- legea conservării sarcinii electrice
- legea transformării de energie în procesul de conducție electrică
- legea electrolizei
- legea inducției electromagnetice
- legea circuitului magnetic

În ceea ce privește legile de material, cele mai importante legi din cadrul teoriei macroscopice sunt:

- legea polarizației electrice temporare
- legea magnetizației temporare
- legea conducției electrice [3].

Teoremele reprezintă afirmații care au o generalizare mai redusă, fiind valabile în anumite condiții strict determinate și deduse pe baza legilor sau prin calcul analitic [1, 2, 4].

1.3 Clasificarea regimurilor de funcționare ale dispozitivelor electromagnetice

- ✓ regimul static reprezintă regimul în care mărimile nu variază în timp și în care nu există fluxuri termodinamice (ex. flux de masă, căldură). În acest regim nu au loc procese care să producă angrenarea sistemelor fizice, ci se produc numai interacțiuni de echilibru între aceste sisteme. Nu există transformări de energie și

nu au loc variații ale stării sistemelor. Fenomenele electrice și cele magnetice se produc independent și pot fi studiate separat.

- ✓ regimul staționar este regimul de funcționare în care mărimile nu variază în timp, însă apar o serie de fluxuri termodinamice. Interacțiunile câmpului cu corpurile determină transformări de energie
- ✓ regimul quasistaționar este regimul de funcționare în care variația mărimilor este suficient de lentă, neglijându-se în acest mod fenomenul de radiație al câmpului electromagnetic.
- ✓ regimul variabil (nestaționar) este regimul de funcționare care este caracterizat de apariția proceselor energetice dar și de variația în timp a mărimilor [1, 3].



De reținut !

Fenomenele electrice și magnetice stau la baza producerii câmpurilor electrice, magnetice sau de interacțiune între acestea și corpuri. Mărimile fizice sunt: primitive sau derivate; scalare, vectoriale sau tensoriale; locale sau globale.



Lucrare de verificare la Unitatea de învățare 1

Cum se clasifică mărimile fizice?

Care este diferența dintre o lege și o teoremă?

Ce teorii cunoașteți pentru studiul câmpului electromagnetic?

În câte categorii se clasifică regimurile de funcționare ale dispozitivelor electromagnetice?



Concluzii

În această unitate de învățare au fost prezentate noțiunile introductive privind studiul câmpului electromagnetic. S-a realizat o clasificare a mărimilor fizice și a regimurilor de funcționare ale dispozitivelor electromagnetice



Bibliografie

1. Stănescu D.G., *Bazele Electrotehnicii - suport de curs*, Partea I, Ed. Alma, Craiova, 2015.
2. Cleante P. M., *Electrotehnică aplicată. Câmpul electromagnetic. Dispozitive electromagnetice*, vol.1 Ed. Printech, București, 2005.
3. Preda M., Cristea P., Spinei F., *Bazele Electrotehnicii*, vol.1, EDP, București, 1980.
4. Stoenescu E., *Bazele Electrotehnicii I*, note de curs disponibile online și pe <https://www.scribd.com/document/54341313/Bazele-Electrotehnicii-Curs-1>, Facultatea de Inginerie Electrică din Craiova.
5. Timotin A., Hortopan V., Ifrim A., Preda M., *Lecții de Bazele electrotehnicii*, EDP, București, 1970.
6. Nicolae P.M., *Electromagnetics*, Ed. Universitaria, Craiova, 1997.
7. Badea M, Mandache L., *Electrodynamique*, Ed. Aius, Craiova, 2004.
8. Răduleț R., *Bazele Electrotehnicii, Probleme*, vol.1, EDP, București, 1981.
9. Șora C., *Bazele electrotehnicii*, EDP, București, 1982.

Unitatea de învățare nr. 2

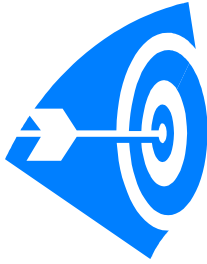
ASPECTE TEORETICE PRIVIND CÂMPUL ELECTROSTATIC - I

Cuprins	Pagina
Obiectivele unității de învățare nr. 2.....	8
2.1. Starea de electrizare a corpurilor.....	8
2.2. Teorema lui Coulomb.....	9
2.3. Intensitatea câmpului electric în vid.....	9
2.4. Teorema superpoziției câmpurilor electrice.....	11
2.5. Distribuția spațială a sarcinii electrice.....	11
2.6. Teorema superpoziției pentru un sistem de sarcini electrice.....	12
2.7. Tensiunea electrică între două puncte.....	13
2.8. Teorema potențialului electrostatic.....	13
Test de autoevaluare 2.1.....	14
2.9. Fluxul electric.....	14
2.10. Legea fluxului electric.....	15
2.11. Teorema lui Gauss.....	16
Test de autoevaluare 2.2.....	17
Lucrare de verificare – unitatea de învățare nr. 2.....	17
Răspunsuri și comentarii la întrebările din testele de autoevaluare.....	17
Concluzii.....	19
Bibliografie – unitatea de învățare nr. 2.....	19



OBIECTIVELE unității de învățare nr. 2

Principalele obiective ale Unității de învățare nr. 2 sunt:



- Înțelegerea fenomenului de electrizare a corpurilor.
- Înțelegerea noțiunilor de sarcină electrică, tensiune electrică, potențial electrostatic, flux electric, inducție electrică, intensitate de câmp electric.
- Aplicarea legii fluxului electric și a teoremei lui Gauss pentru calculul inducției electrice, respectiv a intensității câmpului electric.
- Însușirea legilor și teoremelor prezentate.

2.1 Starea de electrizare a corpurilor

În următoarele două unități de învățare se vor studia aspecte privind câmpul electrostatic așa cum este prezentat în [1].

Încă din antichitate, cu peste 2.000 de ani în urmă, cunoscutul matematician grec Thales din Milet (624-546 î.e.n.) a sesizat că o vergea de chihlimbar frecată cu o bucată de blană capătă proprietatea de a atrage corpuri ușoare (bucăți de hârtie, paie).

Pornind de la numele grecesc al chilimbarului această stare a corpurilor s-a numit ulterior *stare de electrizare*. Corpurile aflate în această stare de electrizare își pot transmite starea de la unul la altul prin contact (direct) sau prin influență la distanță. În acest caz starea se transmite indirect prin intermediul unui sistem fizic din jurul corpurilor numit *câmp electric*.

O clasificare a materialelor din care sunt realizate corpurile poate fi făcută după timpul în care starea de încărcare electrică (electrizare) se transmite prin contact de la un corp la altul [1-3]:

- ✓ *materiale conductoare*, la care starea de electrizare este transmisă într-un timp foarte scurt de ordinul fracțiunilor de secundă (ex. 10^{-12} s);
- ✓ *materiale semiconductoare*, la care starea de electrizare este transmisă într-un timp scurt de ordinul secundelor sau minutelor, acestea reprezentând materiale intermediare;

2. Aspecte teoretice privind câmpul electrostatic - I

- ✓ *materiale izolante (izolatoare,dielectrice)*, la care starea de electrizare este transmisă într-un timp mai mare, de ordinul orelor sau zilelor.



Sarcina electrică este o mărime fizică primitivă, scalară care caracterizează global starea de încărcare electrică a unui corp.

$$[q]_{S.I} = 1 \text{ C (Coulomb)}$$

Sarcina electrică punctiformă este sarcina electrică cu care sunt încărcate corpurile ale căror dimensiuni sunt neglijabile în raport cu distanța dintre ele.

2.2 Teorema lui Coulomb



Forța de interacțiune dintre două corpuri punctiforme, încărcate cu sarcini electrice q_1 și q_2 aflate la distanța r unul față de celălalt este (fig. 2.1.):

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^3} \cdot \vec{r} \quad (2.1)$$

sau

$$F = |\vec{F}| = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \quad (2.2)$$

în care ϵ_0 este o constantă universală numită permitivitatea electrică a vidului, a cărei valoare este:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4 \pi \cdot 9 \cdot 10^9} [F / m] \quad (2.3)$$

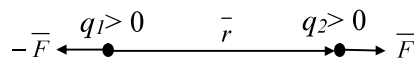
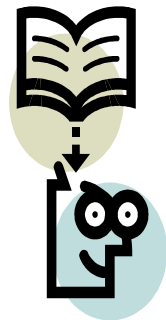


Fig. 2.1. Forța coulombiană dintre două corpuri punctiforme



De reținut !

Forța de interacțiune este direct proporțională cu produsul sarcinilor și invers proporțională cu pătratul distanței dintre corpuri.

Dacă cele două sarcini sunt de același semn, forța de interacțiune este de respingere iar dacă sunt de semne contrare forța de interacțiune este de atracție.

2.3 Intensitatea câmpului electric în vid



Intensitatea câmpului electric E este o mărime vectorială, primitivă care caracterizează la nivel local câmpul electric.

$$[E]_{S.I} = 1 \text{ V/m (Volt/metru)}$$

Câmpul electric poate fi explorat cu ajutorul unui mic corp de probă punctiform încărcat cu sarcina electrică q_p (fig.2.2.). Acesta poate să fie o sferă metalică având diametrul foarte mic, încărcat cu o sarcină electrică cu o valoare foarte mică pentru a nu perturba câmpul electric în care este amplasat.

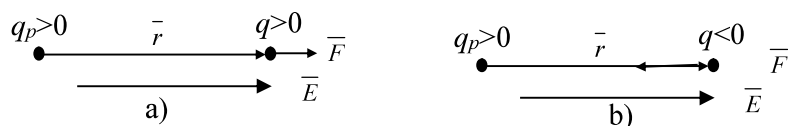


Fig. 2.2. Forța coulombiană dintre corpul de probă încărcat cu sarcina q_p și corpul având sarcina: a) $q > 0$ și b) $q < 0$

Forța de interacțiune este deci:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (2.4)$$

în care:

$$\vec{E} = \frac{q_p}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.5)$$

reprezintă intensitatea câmpului electric în vid produs de o sarcină electrică punctiformă. Un aspect important în analiza câmpului electric este legat de liniile de câmp electric și de spectrul acestuia.

O *linie de câmp electric* este o linie din spațiu (curbă, dreaptă) din vecinătatea unui corp încărcat cu sarcină electrică la care vectorul intensitate al câmpului electric este tangent în orice punct al acesteia. Liniile de câmp electric coulombian sunt linii de *câmp deschise*, adică pleacă de la corpurile încărcate cu sarcini pozitive și ajung la corpurile încărcate cu sarcini negative, așa cum rezultă din relația următoare:

$$\text{rot} \vec{E} = 0 \quad (2.6)$$

Spectrul câmpului electric este reprezentat de totalitatea liniilor de câmp electric, așa cum este prezentat în figura 2.3 [1].

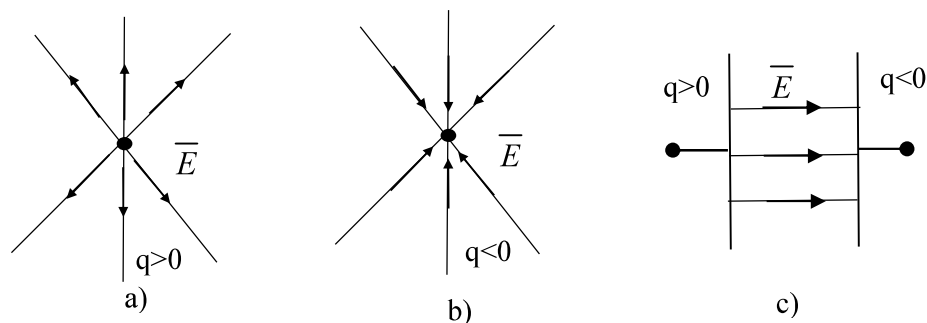


Fig. 2.3. Spectrul câmpului electric pentru:

- a) corp punctiform încărcat cu sarcină pozitivă; b) corp punctiform încărcat cu sarcină negativă; c) între armăturile unui condensator plan.

În prezent au fost dezvoltate programe software pe baza cărora se pot simula și analiza spectre de câmp electric.

2.4 Teorema superpoziției câmpurilor electrice



Intensitatea câmpului electric corespunzător unui sistem de n sarcini electrice punctiforme este egală cu suma vectorială a intensităților câmpurilor electrice create de fiecare sarcină electrică în parte, acestea fiind calculate în absența celorlalte $n-1$ sarcini electrice [4].

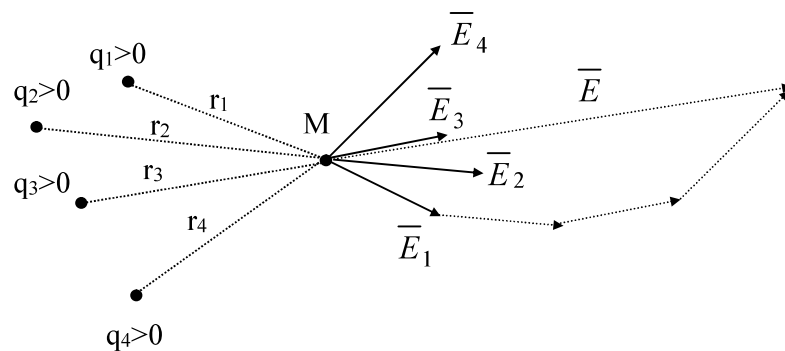


Fig. 2.4. Ilustrativă privind aplicarea teoremei superpoziției în punctul M pentru un sistem de 4 sarcini electrice pozitive

Intensitatea câmpului electric rezultat este deci:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \quad (2.7)$$

sau generalizând pentru un sistem de n sarcini electrice punctiforme:

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^n \vec{E}_k = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r_k^3}, \quad (2.8)$$

2.5 Distribuția spațială a sarcinii electrice

✓ Distribuția liniară (lineică)

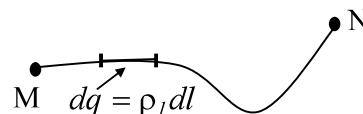


Fig. 2.5. Distribuția liniară de sarcini electrice

Sarcina electrică totală pe curba MN este:

$$q = \int_M^N dq \Rightarrow q = \int_M^N \rho_l dl, \quad (2.9)$$

în care ρ_l reprezintă densitatea liniară (lineică) de sarcină electrică.

$$\rho_l = \frac{dq}{dl} [C / m] \quad (2.10)$$

✓ Distribuția pe suprafață (superficială)

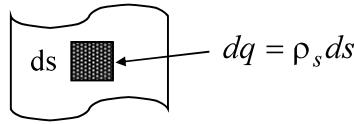


Fig. 2.6. Distribuția pe suprafață a sarcinii electrice

Sarcina electrică totală pe suprafața S este:

$$q = \int_S dq \Rightarrow q = \int_S \rho_s ds \quad (2.11)$$

în care ρ_s reprezintă densitatea pe suprafață a sarcinii electrice:

$$\rho_s = \frac{dq}{ds} [C / m^2] \quad (2.12)$$

✓ Distribuția de volum (volumetrică)

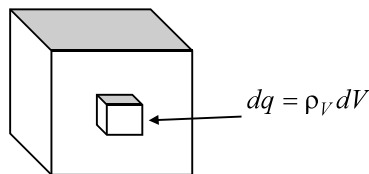


Fig. 2.7. Distribuția de volum a sarcinii electrice

Sarcina electrică totală conținută în volum este:

$$q = \int_V dq \Rightarrow q = \int_V \rho_V dV, \quad (2.13)$$

în care ρ_V reprezintă densitatea de volum a sarcinii electrice [4]:

$$\rho_V = \frac{dq}{dV} [C / m^3] \quad (2.14)$$

2.6 Teorema superpoziției pentru un sistem de sarcini electrice

Dacă se consideră un sistem de sarcini electrice cu distribuție punctiformă, liniară, de suprafață și de volum, se poate calcula intensitatea câmpului electric pentru un asemenea sistem de sarcini electrice plecând de la relația 2.15 [1]:

2. Aspecte teoretice privind câmpul electrostatic - I

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r_k^3} + \int_{(c)} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} + \int_{(S)} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} + \int_{(V)} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.15)$$

sau

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r_k^3} + \int_{(c)} \frac{\rho_l dl}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} + \int_{(S)} \frac{\rho_S ds}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} + \int_{(V)} \frac{\rho_V dV}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.16)$$

2.7 Tensiunea electrică între două puncte



Tensiunea electrică între două puncte M și N (fig.2.8) se definește ca integrala intensității câmpului electric de-a lungul unei curbe arbitrare între aceste două puncte aflate în câmp electric (ec. 2.17) [1-5].

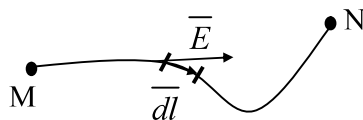


Fig. 2.8. Tensiunea electrică între două puncte

$$U_{MN} = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2.17)$$

Tensiunea electrică este o mărime scalară având unitatea de măsură *Voltul* (V). Dacă presupunem că avem două curbe ca în figura 2.9, se poate demonstra că tensiunea electrică între punctele M și N *depinde* de sensul de integrare ales. Sensul de integrare se numește *sens de referință al tensiunii electrice*.

Demonstrație:

$$\int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (2.18)$$

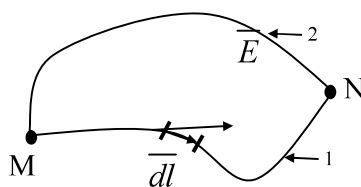


Fig. 2.9. Tensiunea electrică între două puncte

Ținând seama de sensul de integrare, obținem:

$$U_{MN} = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{l} = -U_{NM} \quad (2.19)$$

2.8. Teorema potențialului electrostatic

Potențialul electric este o mărime algebrică (pozitivă sau negativă), derivată, care caracterizează local proprietățile câmpului electric. Unitatea de măsură pentru potențialul electric este *Voltul*.

Potențialul electric se exprimă în raport cu un punct de referință al cărui potențial poate fi ales arbitrar, de obicei de valoare nulă.

Dacă presupunem că $V_N=0$, vom avea:

$$U_{MN} = V_M - V_N = \int_M^N \vec{E} \cdot \vec{dl} \Rightarrow V_M = \int_M^N \vec{E} \cdot \vec{dl} \quad (2.20)$$



Suprafețele echipotențiale sunt suprafețele aflate în câmp electrostatic, care conțin toate punctele din spațiu cu același potențial electric V .

Test de autoevaluare 2.1



Să se determine valoarea potențialului electric într-un punct situat în dielectric la distanța x de armătura unui condensator plan [6]. Valori numerice: căderea de tensiune la bornele condensatorului $U=200$ V, distanța dintre armăturile condensatorului $d=20$ cm.

2.9 Fluxul electric



Fluxul electric este prin definiție o mărime scalară, derivată care caracterizează proprietățile câmpului electric, raportate la o suprafață (S), fiind definit ca integrala de suprafață a inducției electrice D [3].

Obs. Uzual, în analiza câmpului electromagnetic cu S se notează suprafețele *deschise* și cu Σ suprafețele *închise*.

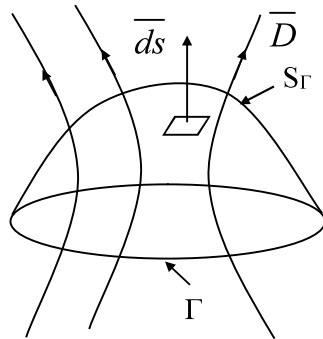


Fig. 2.10. Fluxul electric printr-o suprafață deschisă sprijinită pe o curbă Γ

$$\psi_e = \int_{(S_\Gamma)} \vec{D} \cdot \vec{ds} \quad (2.21)$$

$$[\psi_e]_{SI} = 1\text{C (Coulomb)} \quad (2.22)$$

2.10 Legea fluxului electric

Forma integrală: Fluxul electric prin orice suprafață închisă Σ este egal cu sarcina electrică totală conținută în volumul V_Σ mărginit de această suprafață Σ [2,3].

$$\psi_e = q_{V_\Sigma} \Rightarrow \int_{(\Sigma)} \overline{D} \cdot \overline{ds} = q_{V_\Sigma} \quad (2.23)$$

$$\int_{(\Sigma)} \overline{D} \cdot \overline{ds} = \int_{V_\Sigma} \rho_V dV \quad (2.24)$$

În relația (2.24) s-a considerat că sarcina electrică este distribuită pe volum.

Forma locală: în cazul acestei distribuții continue pe volum, aplicând Gauss-Ostrogradski în relația (2.24) se va obține:

$$\psi_e = \int_{(\Sigma)} \overline{D} \cdot \overline{ds} = \int_{(V_\Sigma)} \text{div} \overline{D} \cdot dV \quad (2.25)$$

Din relațiile (2.24) și (2.25) se poate deduce forma locală a legii fluxului electric pentru medii continue:

$$\text{div} \overline{D} = \rho_V \quad (2.26)$$

Observații:

- ✓ pentru suprafețele închise, sensul elementului de suprafață este considerat ca fiind orientat din interiorul suprafeței către exterior.
- ✓ legea fluxului electric este o lege generală, fiind valabilă în orice regim de existență al câmpului electric.
- ✓ legea fluxului electric este o lege valabilă atât în vid cât și în substanță.
- ✓ liniile de câmp electric datorate corpurilor încărcate cu sarcină electrică sunt linii de câmp deschise, plecând de la corpurile încărcate cu sarcină pozitivă și ajungând la corpurile încărcate cu sarcină negativă, așa cum este ilustrat în figura 2.11.

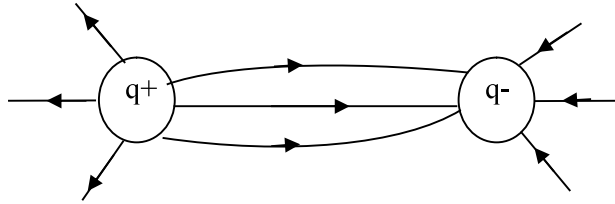


Fig. 2.11. Spectrul liniilor de câmp electric

2.11 Teorema lui Gauss



Definiție: Fluxul intensității câmpului electric în vid prin orice suprafață închisă Σ este proporțional cu sarcina electrică totală conținută în volumul delimitat de suprafața închisă Σ , factorul de proporționalitate fiind inversul permitivității vidului ϵ_0 .

$$\int_{(\Sigma)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q_{V_{\Sigma}}}{\epsilon_0} \quad (2.27)$$

Teorema lui Gauss permite calculul intensității câmpului electric cu simetrie plană, cilindrică și sferică. Figura 2.12 ilustrează aceste simetrii de câmp electric [1].

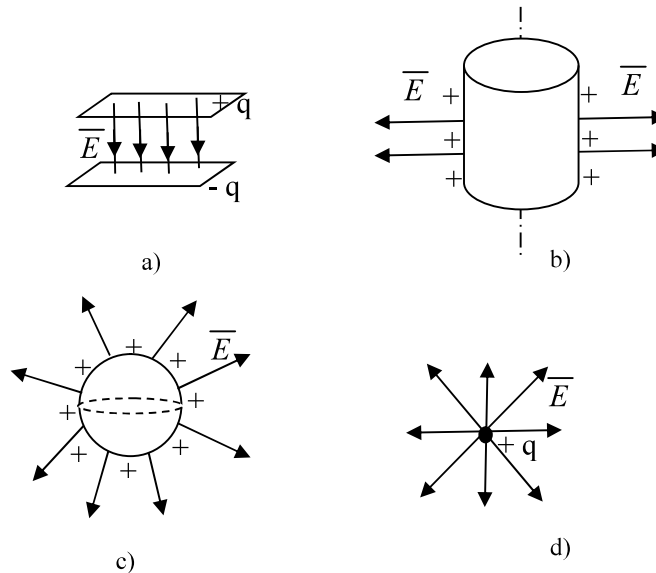
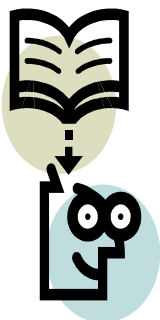


Fig. 2.12. Diferite simetrii ale intensității câmpului electric:
 a) simetrie plan-paralelă; b) simetrie cilindrică;
 c) simetrie sferică; d) simetrie sferică pentru o sarcină punctiformă



De reținut !

Sarcina electrică poate fi cu distribuție liniară, de suprafață sau de volum.

În cazul corpurilor încărcate cu sarcină electrică liniile de câmp electric pleacă de la corpurile încărcate cu sarcină pozitivă și ajung la corpurile încărcate cu sarcină negativă.



Test de autoevaluare 2.2

Se consideră un fir rectiliniu, infinit lung, plasat în vid. Firul este încărcat cu sarcină electrică, distribuită liniar, cu densitate lineică $\rho_l = ct$ și pozitivă. Să se determine intensitatea câmpului electric într-un punct oarecare din spațiul înconjurător [1,6].



Lucrare de verificare la Unitatea de învățare 2

Enunțați teorema lui Coulomb.

Ce înseamnă corp de probă?

Cum se definește spectrul câmpului electric?

Enunțați teorema superpoziției câmpurilor electrice.

Definiți tensiunea electrică.

Enunțați teorema potențialului electrostatic.

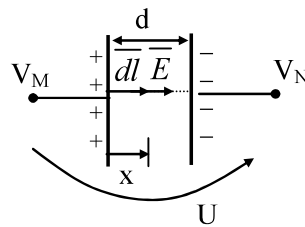
Enunțați legea fluxului electric (forma locală, forma integrală).

Enunțați teorema lui Gauss.



Răspunsuri și comentarii la întrebările din testele de autoevaluare

Soluție test de autoevaluare 2.1



Determinarea potențialului electric între armăturile unui condensator plan

$$\vec{E} \cdot \vec{dl} = E \cdot dl \cdot \cos(0^\circ) = E \cdot dl \quad (\text{A.2.1.1})$$

$$U_{Mx} = V_M - V_x = \int_M^x \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_M^x E \cdot dl, \quad (\text{A.2.1.2})$$

$$V_M - V_x = \frac{U}{d} \cdot x, \quad (\text{A.2.1.3})$$



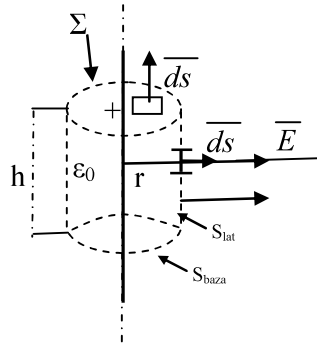
Dacă se alege potențialul punctului M : $V_M=0$

$$V_x = -\frac{U}{d} \cdot x, \quad (\text{A.2.1.4})$$

$$V_x = -\frac{200}{0.2} \cdot x = -1000 \cdot x [\text{V}] \quad (\text{A.2.1.5})$$

Soluție test de autoevaluare 2.2

Având în vedere faptul că firul este plasat în vid, se aplică teorema lui Gauss. Considerăm spectrul câmpului electric în jurul firului ca fiind cu simetrie cilindrică și ca urmare alegem o suprafață gaussiană de forma unui cilindru de înălțime h coaxial cu firul. La distanța r față de fir vom calcula intensitatea câmpului electric.



Ilustrativă privind calculul intensității câmpului electric pentru un fir rectiliniu infinit lung

$$\int_{(\Sigma)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q_{V_\Sigma}}{\epsilon_0} \quad (\text{A.2.2.1})$$

$$q_{V_\Sigma} = \rho_l \cdot h \quad (\text{A.2.2.2})$$

Suprafața $\Sigma = S_{\text{lat}} + 2 S_{\text{baza}}$

Pe suprafața laterală avem:

$$\vec{E} \cdot \vec{ds} = E \cdot ds \cdot \cos(\vec{E}, \vec{ds}) = E \cdot ds \quad (\text{A.2.2.3})$$

Pe suprafețele celor două baze avem:

$$\vec{E} \cdot \vec{ds} = E \cdot ds \cdot \cos(\vec{E}, \vec{ds}) = 0 \quad (\text{A.2.2.4})$$

$$\int_{(\Sigma)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \int_{(S_{\text{lat}})} E \cdot ds = E \cdot 2\pi r \cdot h \quad (\text{A.2.2.5})$$

Din relațiile A.2.2.1, A.2.2.2. și A.2.2.5 rezultă:

$$E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{\rho_l \cdot h}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho_l}{2\pi r \cdot \epsilon_0} \quad (\text{A.2.2.6})$$